

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Сибирский федеральный университет»

На правах рукописи

Шефер Илья Александрович

**УСТОЙЧИВОСТЬ ДВУХСЛОЙНЫХ ТЕЧЕНИЙ
В ГОРИЗОНТАЛЬНОМ КАНАЛЕ ПРИ ДИФфуЗИОННОМ
ИСПАРЕНИИ**

1.1.9 — Механика жидкости, газа и плазмы

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук
Бекежанова Виктория Бахытовна

Красноярск – 2022

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
Глава 1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИСПАРИТЕЛЬНОЙ КОНВЕКЦИИ	27
1.1. Постановка задачи	27
1.1.1. Основные предположения и общие уравнения . .	27
1.1.2. Вид точного стационарного решения	30
1.1.3. Граничные условия	30
1.1.4. Физическая интерпретация решения	34
1.2. Задача об устойчивости	36
1.2.1. Безразмерные переменные и критерии подобия . .	36
1.2.2. Уравнения малых возмущений и граничные условия	37
Глава 2. ХАРАКТЕРИСТИКИ ДВУХФАЗНЫХ ТЕЧЕНИЙ С ИСПАРИЕНИЕМ В ПЛОСКОМ КАНАЛЕ	42
2.1. Влияние интенсивности гравитационного воздействия	42
2.1.1. Классификация типов основного течения	42
2.1.2. Смена механизмов испарения	45
2.2. Зависимость типа течения от толщин слоёв	46
2.3. Вклад термодиффузионного эффекта	53
2.4. Влияние внешней тепловой нагрузки	57
2.4.1. Температурный градиент на межфазной границе .	57
2.4.2. Структура течений при ненулевом поперечном перепаде температур	58
2.4.3. Влияние граничного теплового режима	59
2.5. Смена режимов течений при изменении расхода парогазо- вой смеси	61
2.6. Неоднородный характер испарения	63
2.6.1. Анализ постановок краевых задач. Условия сов- местности	63
2.6.2. Сравнение экспериментальных и расчётных данных	65

	2.6.3.	Влияние скорости газового потока на характеристики двухфазных течений при неоднородном испарении	70
	2.7.	Расширение классификации Наполитано типов течений в двухфазной системе	73
Глава	3.	УСТОЙЧИВОСТЬ ДВУХСЛОЙНЫХ ТЕЧЕНИЙ С ИСПАРЕНИЕМ. ПЛОСКИЕ ВОЗМУЩЕНИЯ	80
	3.1.	Влияние баланса гравитационных и термокапиллярных сил	80
	3.1.1.	Зависимость характеристик устойчивости от геометрии системы	81
	3.1.2.	Влияние гравитации на пороговые характеристики устойчивости. Типичные формы наиболее опасных возмущений	85
	3.2.	Влияние поперечного перепада температуры	92
	3.3.	Случай теплоизолированной верхней границы	97
	3.4.	Влияние кинематических характеристик газового потока .	100
Глава	4.	УСТОЙЧИВОСТЬ ДВУХСЛОЙНЫХ ТЕЧЕНИЙ С ИСПАРЕНИЕМ. ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ	104
	4.1.	Случай недеформируемой границы раздела	104
	4.1.1.	Пороговые характеристики устойчивости в системах разной геометрии	104
	4.1.2.	Пространственная неустойчивость в слабом гравитационном поле	108
	4.1.3.	Пространственная неустойчивость в нагреваемой снизу системе	110
	4.2.	Влияние деформируемости межфазной границы	112
	4.2.1.	Влияние толщин рабочих сред	113
	4.2.2.	Влияние гравитации. Типичные формы характеристических пространственных возмущений . . .	115
	4.3.	Общие замечания об устойчивости двухфазных течений с испарением	116
		ЗАКЛЮЧЕНИЕ	121
		СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	123
		ПРИЛОЖЕНИЕ 1	136

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

142

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

146

ВВЕДЕНИЕ

Конвективные течения с испарением/конденсацией являются объектом всесторонних исследований на протяжении нескольких десятилетий [1–10]. Традиционными сферами применения течений испаряющихся жидкостей являются химическая и пищевая промышленности [11, 12], материаловедение [13, 14], теплофизика и микроэлектроника [7, 15–17]. Интерес к изучению процессов тепло-массопереноса в условиях фазовых переходов вызван бурным развитием биотехнологий и химической индустрии, стремительным прогрессом технологий жидкостного охлаждения и термостабилизации электронных устройств (таких как микротеплообменники в силовых установках, системы жизнеобеспечения космических станций, электродвигатели космических спутников нового поколения и т. п.), а также разработкой экспериментальных методов исследования многофазных систем. Детальный анализ влияния различных факторов на структуру течений с испарением необходим для дальнейшего улучшения и модификации существующих жидкостных технологий, в которых в качестве рабочих сред используются испаряющиеся жидкости и парогазовые смеси. Экспериментальным разработкам предшествует большое число теоретических исследований, нацеленных на всестороннее изучение закономерностей явлений конвективного тепло-массообмена в двухфазных системах и определение характерных особенностей режимов течений в зависимости от управляющих параметров.

Изучение конвекции в условиях фазовых превращений представляет отдельный класс задач. Для моделирования подобных процессов могут использоваться различные подходы [10]. В настоящее время нет общей теории для описания динамики систем сред, находящихся в разных агрегатных состояниях. Большинство теоретических и численных исследований выполняются в рамках математических моделей, основанных на фундаментальных законах классической механики сплошных сред и термодинамики. В частности, используются уравнения Навье – Стокса или их аппроксимации (например приближение Обербека – Буссинеска), которые дополняются соотношениями, позволяющими учесть фазовые переходы и присутствие испаряемого компонента. С точки зрения математического моделирования основные трудности состоят в определении способа описания фазовых взаимодействий, формулировке граничных условий, учитывающих фазовый переход на границе раздела сред, и выборе замы-

кающих соотношений, обеспечивающих корректность постановок соответствующих задач испарительной конвекции. Эти условия и соотношения выводятся на основе некоторых гипотез относительно поверхности раздела и происходящих физических процессов, которые гарантируют выполнение законов сохранения [18–24].

В рамках континуального подхода поверхность раздела Γ между жидкостью и газом рассматривается как сильный разрыв, допускающий перенос массы за счёт испарения/конденсации. Межфазная граница может рассматриваться как свободная поверхность [25, 26] или как граница раздела [27]. В зависимости от особенностей задачи граничные условия на поверхности жидкость–газ могут учитывать скачок температуры при переходе через Γ [19, 20], дефект тепла и/или дополнительные динамические эффекты, вызванные фазовыми превращениями [22, 28], концентрационные эффекты, возникающие за счёт присутствия ПАВ [26, 29, 30], свойств рабочей бинарной жидкости [31] или абсорбции пара [32], а также влияние термодиффузионных эффектов [33]. Если межфазная граница трактуется как свободная поверхность, то считается, что газ не оказывает динамического влияния на движение в системе и все характеристики газовой фазы известны, а определению подлежат лишь характеристики жидкости и положение свободной границы [27]. Подобные модели принято называть односторонними. Во втором случае возникает сопряжённая задача, которая включает два набора уравнений для описания тепломассобмена в каждой из фаз и граничные условия на поверхности Γ , связывающие определяющие уравнения. Соответствующие модели относят к двусторонним. В общем случае положение межфазной границы также неизвестно и должно определяться в процессе решения с помощью одного из соотношений, заданных на поверхности Γ , наряду с искомыми функциями. В настоящее время активно разрабатываются как односторонние, так и двусторонние модели. Как правило, односторонние модели являются результатом упрощения полной двусторонней задачи за счёт обобщения условия теплового баланса на свободной поверхности [8, 25, 34–36]. Эти модели могут усложняться без перехода к полным двусторонним постановкам, в результате чего могут быть сформулированы более точные 1.5-сторонние модели [37], где наряду с тепломассобменом в жидкости, в газовой фазе учитываются только диффузионные эффекты, вызванные присутствием летучего компонента. В рамках двусторонних моделей рассматриваются системы, в ко-

торых жидкость контактирует как с собственным паром [19, 38, 39], так и со смесью инертного газа и паров жидкости [22–24, 33, 40–42].

В большинстве работ задачи испарительной конвекции формулируются в бесконечных областях; в частности, в качестве области течения рассматриваются бесконечные горизонтальные слои, которые являются хорошим приближением для вытянутых полостей и кювет. В этом случае уместно предположить, что длина канала намного больше его высоты, и ввести приближение тонкого слоя [8, 26, 43–45] и/или положить, что вектор скорости имеет только одну ненулевую продольную координату [23, 24, 33, 46]. Использование длинноволновой аппроксимации основной системы уравнений и/или предположение об однонаправленном характере движения существенно упрощают исходную постановку задачи и позволяют без значительных затрат провести аналитическое/численное исследование. Исчерпывающий обзор математических моделей испарительной конвекции, сформулированных в рамках различных подходов, в том числе учитывающих вклад гетерогенных процессов, фазовых взаимодействий и других специфических факторов, присущих многофазным системам, представлен в [10].

С усовершенствованием экспериментальной базы появилась возможность сравнивать теоретические и численные результаты, полученные на основе математического моделирования, с результатами натурных наблюдений. Точность современных экспериментальных измерений теплофизических характеристик позволяет изучать поля скорости и температуры на границе между жидкостью и газом, в приповерхностных слоях и объёмных фазах, определять параметры паросодержания в газовой фазе и скорость испарения даже в условиях слабого испарения (так называемого испарения диффузионного типа) [47–57]. К настоящему времени накоплены базы данных, содержащие данные измерений различных характеристик конвективных течений в двухслойных системах жидкость – газ, заполняющих горизонтальные каналы [53, 54, 56, 57]; получены экспериментальные зависимости массовой скорости испарения (в виде линий тренда), происходящего под действием потока газа, от толщины жидкого слоя, расхода газа, температуры и протяжённости межфазной поверхности для систем рабочих сред типа этанол/HFE-7100 (жидкость) и азот/воздух (газ). Кроме того, получены экспериментальные карты режимов течений в жидкой фазе и пространственных структур, возникающих на поверхности жидкости [58].

Несмотря на все достижения экспериментальных методов исследования, их использование связано с рядом ограничений, обусловленных ресурсными затратами и необходимостью воспроизводить реальные физические условия для изучаемых процессов (например условия невесомости для разработки технологий жидкостного охлаждения, используемых на орбитальных платформах или искусственных спутниках различного назначения). Кроме того, любой эксперимент предполагает фиксацию всех параметров и в большинстве случаев не может играть прогнозирующую роль. Приемлемой, а иногда и единственной, альтернативой экспериментальным исследованиям является математическое моделирование указанных процессов.

Как правило, для изучения характеристик тепломассопереноса в двухфазных системах широко применяется прямое численное моделирование. Большинство численных исследований проводится в рамках континуального подхода, когда законы сохранения массы, импульса и энергии записываются в дифференциальной форме. При этом используются различные трактовки рабочей среды: иногда среда рассматривается как двухфазная жидкость [59,60], а массовая доля газовой фазы в каждом элементарном объёме рассчитывается с помощью специального уравнения переноса. Такой способ описания допускает возможность разделения фаз и формирования границы раздела между жидкостью и газом с течением времени. Второй подход подразумевает присутствие двух текучих сред, разделённых межфазной границей, трактуемой как поверхность Гиббса. Граница раздела может оставаться плоской [40], а может деформироваться, тогда её форма и поток массы, возникающий за счёт испарения/конденсации, определяются в ходе решения задачи наряду с основными характеристиками системы [61–63]. Базовыми алгоритмами, на основе которых строится большинство численных методов для решения подобных задач, являются метод функции уровня (Level Set Method), метод жидкого объёма (Volume of Fluid method), метод фазового поля (Phase-field method) и метод конечных объёмов (Finite Volume method), а также их гибридные варианты [64–67]. Альтернативный метод численного моделирования динамики многофазных систем предполагает использование решёточных уравнений Больцмана (the lattice Boltzmann method (LBM)). Здесь внутренние границы раздела рассматриваются как тонкие переходные слои, в пределах которых значения плотности непрерывно меняются от значений, присущих жидкости, до значений плотности газа, а скрытая теплота

парообразования выделяется или поглощается непрерывно [68]. Отличительной особенностью LBM является то, что он может применяться при моделировании процессов кипения, когда использование математических моделей сплошных несжимаемых сред неоправданно. Методы численного моделирования позволяют изучать нестационарные задачи, решение которых даёт возможность описать динамику изменений всех основных характеристик двухфазной системы и топологии межфазной границы.

Несмотря на то, что прямое численное моделирование представляет мощный инструмент для изучения процессов переноса в жидких средах, численные исследования, как правило, весьма трудоёмки и требуют значительных временных затрат. Кроме того, возможности прогнозирования на основе данных, полученных в рамках вычислительного эксперимента, очень ограничены, поскольку каждый расчёт, как и эксперимент, проводится для фиксированного набора параметров. Другая методология математического моделирования явлений конвективного переноса в жидкостных системах с фазовыми превращениями основана на применении точных решений определяющих уравнений [24]. В целом теоретический подход к исследованию конвекции в двухфазных системах жидкость – газ включает (1) разработку и исследование корректных математических моделей, (2) построение, интерпретацию и анализ точных решений определяющих уравнений, включая анализ устойчивости, (3) определение области применимости математических моделей и полученных точных решений и, наконец, (4) построение иерархии математических моделей [27]. С помощью математического моделирования на основе точных решений можно систематически исследовать влияние всех факторов (теплофизических свойств рабочих сред, геометрии системы, интенсивности действующих в системе сил, граничных режимов для основных характеристик и т. п.) на топологию течения, кинематические, тепловые и концентрационные характеристики конвективных режимов и параметры фазовых переходов. Результаты экспериментов позволяют верифицировать математическую модель, оценить физическое правдоподобие теоретических результатов, полученных на основе точных решений, и установить условия и границы применимости как самих моделей, так и точных решений.

Как упоминалось выше, большинство моделей испарительной конвекции, развиваемых в рамках механики сплошной среды, включают уравнения На-

вье–Стокса или их аппроксимации. Для описания тепловых эффектов уравнения движения дополняются уравнением энергии, а вклад концентрационных эффектов, возникающих за счёт присутствия в газовой фазе испаряемого компонента, как правило, моделируется уравнением молекулярного переноса. В результате получается нелинейная система, которая не относится ни к одному из классических типов. Это объясняет существенные трудности, возникающие как при исследовании самих моделей, построенных на основе этой системы уравнений, так и при их использовании для аналитического и численного моделирования явлений переноса в жидких средах. Другая отличительная черта результирующей системы состоит в том, что при выводе определяющих уравнений из фундаментальных законов сохранения были заложены естественные свойства симметрии пространства-времени и движущейся в этом пространстве текучей среды [69]. Это объясняет богатые групповые свойства уравнений Навье–Стокса и Обербека–Буссинеска, важным проявлением которых является возможность построения точных решений. Следует отметить, что все точные решения наследуют свойства симметрии, присущие исходной системе уравнений [70, 71]. Решения, имеющие групповую природу, представляют особую ценность, поскольку их групповое происхождение обеспечивает их физическое правдоподобие, позволяет на качественном уровне выделить основные механизмы, определяющие структуру основного течения, и детально изучить степень влияния отдельных факторов (тепловых, механических и физико-химических) и их взаимных комбинаций на характер двухслойных течений. В настоящий момент известно всего несколько точных решений задач испарительной конвекции. В работе [8] представлены точные решения, описывающие эволюцию испаряющейся тонкой жидкой плёнки, полученные в рамках уравнений Навье–Стокса в приближении тонкого слоя. Для различных условий в явном виде получены функции температуры, выражения для потока массы испаряющейся жидкости и решение соответствующего эволюционного уравнения, позволяющие определить скорость и время полного испарения плёнки с известной начальной толщиной, описать формирование области с наибольшей скоростью испарения плёнки. В работе [43], также в рамках приближения тонкого слоя, удалось построить точное решение специального вида задачи об установившемся совместном движении испаряющейся жидкой плёнки и газового потока в микроканале в условиях локального нагрева на нижней границе. Получены

аналитические выражения для расчёта толщины плёнки и суммарной скорости испарения ниже области локального нагрева, и определены условия на тепловые характеристики, когда с помощью построенного точного решения может быть вычислена суммарная интенсивность теплоотдачи от нагревателя. В [22] приводится точное решение задачи об испарении жидкого слоя в одномерной постановке, в которой скорость течения жидкости постоянна и совпадает со скоростью испарения, т. е. масса испарившейся жидкости восполняется притоком со стороны ограничивающей стенки. Представлены аналитические зависимости температуры межфазной поверхности и скорости испарения от толщины жидкого слоя. Для задач в полных постановках известны только решения, связанные с обобщением точного решения Остроумова – Бириха (ОБ) [33, 72–74], учитывающего наличие температурного градиента, который в системах с испарением возникает на поверхности жидкости благодаря уменьшению средней кинетической энергии жидкого объёма за счёт затрат тепла на разрыв межмолекулярных связей.

Впервые точное решение, описывающее конвективные течения в присутствии произвольно ориентированного градиента температуры, было построено в [75]. Аналогичное решение уравнений Обербека – Буссинеска для течений в горизонтальном слое со свободной границей с приложенным продольным градиентом температуры было повторно получено в [76]. Позднее решение ОБ было обобщено на случай термоконцентрационной конвекции в плоской двухслойной системе с массопереносом через границу раздела для случаев жидкость – жидкость [72] и жидкость – газопаровая смесь [24, 33, 73]. В последних трёх работах пар предполагался пассивной примесью, перенос пара в газе описывался уравнением диффузии и дополнительно учитывались термокапиллярные свойства границы раздела. На основе полученных точных решений была исследована структура совместных течений испаряющейся жидкости и парогазовой смеси в горизонтальном канале в зависимости от интенсивности гравитационного воздействия, значений расходов газа и приложенного градиента температуры на стенках канала. Трёхмерный аналог решения ОБ для задачи испарительной конвекции представлен в [74]; на его основе была проведена апробация различных граничных условий для функции концентрации пара на твёрдых стенках канала, контактирующих с газовым слоем [77]. Термин «аналог» используется в групповом смысле, т. е. учитывается лишь структура решения: считается,

что компоненты вектора скорости $\mathbf{v} = (u, v, w)$ не зависят от продольной координаты x , а функции давления и температуры в слоях линейно зависят от x и содержат аддитивные члены, зависящие только от поперечных координат y и z . При этом в трёхмерном случае вектор скорости имеет все ненулевые компоненты, а в двумерном — только продольная компонента u вектора скорости отлична от нуля. Таким образом, в двумерном случае класс решений ОБ описывает плоскопараллельные течения в слоях с продольным градиентом температуры, а в трёхмерном — течения, топологическая структура которых не зависит от продольной координаты (т. е. проекции трубок тока на любое поперечное сечение области $x = \text{const}$ будут совпадать). Во всех цитируемых работах решения были получены в предположении о постоянной скорости испарения вдоль области течения и линейной зависимости функции температуры от продольной координаты. Точное решение уравнений термоконцентрационной конвекции для случая неоднородного характера массопереноса через межфазную границу было построено в работе [46] для описания однонаправленного течения в двухслойной системе бинарных смесей в условиях внешней тепловой нагрузки, распределённой по квадратичному относительно продольной координаты закону. Такой вид функции температуры позволяет описать присутствие зоны с критической (максимальной или минимальной) температурой на границах рабочей области и моделировать ситуации, когда на стенках кюветы помещены нагреватели или конденсаторы. Групповая природа решения ОБ и некоторых его обобщений, включая нестационарные аналоги, доказана в [78–80]. Решение, представленное в [46], также рассматривается как обобщение решения ОБ; однако его групповое происхождение до сих пор не доказано. Возможность физической реализации конвективных режимов, подобных течению ОБ (фактически асимптотический характер соответствующего точного решения), подтверждена экспериментально [81, 82].

Структура решений ОБ такова, что они могут описывать течения в областях различной геометрии (плоских и цилиндрических слоях, трёхмерных каналах прямоугольного сечения, включая области со свободными границами и внутренними поверхностями раздела, см. обзор в [83]), на границах которых реализуются различные температурные режимы и граничные условия для функции концентрации пара. Причём в ряде случаев температурный градиент на поверхности раздела, характеризующий интенсивность термокапилляр-

ного эффекта и испарения, определяется в ходе решения задачи как параметр точного решения. Кроме того, аналоги решения ОБ для задач термokonцентрационной конвекции в двухфазных системах с испарением позволяют корректно учесть влияние взаимообратных термодинамических эффектов термодиффузии и диффузионной теплопроводности в газопаровой смеси. Эффект Соре (прямой термодиффузионный эффект) проявляется вследствие неоднородности поля температуры и вызывает перераспределение компонентов смеси (т. е. формирование градиента концентрации), эффект Дюфура (обратный диффузионный термоэффект) имеет место согласно принципу взаимности и приводит к возникновению градиента температуры вследствие изменений концентрации [84, 85]. Природа этих эффектов, методы их описания и важность их учёта в различных жидкостных системах подробно обсуждаются в монографиях [84–88].

Динамика тепломассопереноса в смесях и однокомпонентных средах может существенно различаться, особенно в неоднородных температурных полях, несмотря на относительно слабое проявление термодиффузионных эффектов (во многих реальных ситуациях они приводят к вариациям температуры и концентрации порядка нескольких процентов). Как правило, эффект Соре более сильный, в многокомпонентных системах с фазовыми переходами он может приводить к сдвигу точки росы [89] даже в условиях, близких к условиям локального термодинамического равновесия. Кроме того, под влиянием концентрационных эффектов в испаряющейся тонкой плёнке жидкого раствора могут возникать подвижные конвективные структуры, размер которых зависит от начальной концентрации одного из компонентов смеси [90]. В термокапиллярных бинарных жидкостях действие эффекта термодиффузии является причиной формирования богатого разнообразия пространственных структур и различных форм поведения свободной поверхности [91, 92]. Теоретическим исследованиям процессов тепломассообмена в бинарных и многокомпонентных смесях с учётом термодиффузии посвящена монография [93]. В ней представлены результаты теоретико-группового анализа уравнений движения, описание методов построения точных решений, классификация инвариантных решений и рассмотрены вопросы устойчивости различных состояний многокомпонентных смесей в слоях. В [94] точные решения одномерных уравнений тепломассопереноса, имеющие широкий функциональный произвол, используются для анализа

поведения бинарных смесей при термодиффузионном разделении. Исчерпывающий анализ и обзор исследований, касающихся влияния эффекта термодиффузии на процессы переноса в жидких смесях, даны в [95]. Необходимость учёта эффекта Соре при описании совместных стационарных течений испаряющейся жидкости и парогазового потока в миниканалах даже при слабом испарении подтверждается сравнением данных, полученных на основе одного из аналогов решения ОБ, с данными теплофизических экспериментов [96]. Несмотря на более слабое проявление эффекта Дюфура, важность учёта его влияния в газовых смесях, где диффузионный термоэффект может достигать нескольких градусов, отмечена в [87]. Присутствие и влияние этого эффекта на температурные характеристики подтверждено экспериментально и аналитически как для газовых, так и для жидких смесей [97–100]. Влияние эффектов Соре и Дюфура на скорость испарения капли изучается в работах [101, 102]. В [33] на основе обобщения решения ОБ, построенного для описания испарительной конвекции в системе жидкость – газ, проведён анализ двусторонних постановок задач в зависимости от учёта/исключения влияния эффекта Соре в газовом слое и типа граничных условий для функции концентрации пара.

Несомненная польза точных решений состоит в том, что кроме анализа влияния различных факторов и типа граничных условий на характеристики возникающих режимов, они позволяют эффективно исследовать устойчивость жидкостных систем с помощью классических методов теории устойчивости. Развитие строгих математических методов и современные вычислительные возможности позволяют получить результаты по устойчивости сложных комбинированных течений, в том числе с межфазными границами и поверхностями раздела. Устойчивость течений, описываемых решением ОБ, в различных конфигурациях давно и успешно изучается представителями пермской гидродинамической школы. Выполнен анализ устойчивости плоскопараллельных течений в вертикальном и горизонтальном слоях жидкости, ограниченных твёрдыми стенками, и в горизонтальном слое со свободной верхней границей относительно плоских, пространственных и конечно-амплитудных возмущений, исследованы спектр декрементов возмущений и формы возникающих возмущений. Исчерпывающий обзор результатов по устойчивости течений ОБ в однослойной жидкости представлен в монографиях [103, 104]. Линейная устойчивость обобщений решения ОБ, описывающих двухслойные течения в горизонтальном и наклон-

ном каналах с твёрдыми стенками без учёта фазовых превращений, изучена в [105, 106].

Испарение вызывает охлаждение поверхностного слоя жидкости, что приводит к формированию потенциально неустойчивой стратификации среды и изменению поверхностного натяжения. Это влечёт проявление неустойчивостей различной природы. Анализ возможных механизмов неустойчивости и поиск условий, обеспечивающих устойчивость основного состояния, необходимы как при подготовке экспериментов, так и на предварительных стадиях разработки специального оборудования, в котором в качестве рабочей среды используются испаряющиеся жидкости. Основная часть исследований по данному вопросу касается задач устойчивости течений тонких испаряющихся плёнок [107], изучаемых в рамках приближения тонкого слоя, или равновесия жидкого слоя [6, 19, 25, 26, 34, 35, 108–111], когда анализируются условия, при которых в изначально неподвижной жидкости возникает конвекция. Результаты систематического исследования устойчивости различных равновесных конфигураций и течений в системах со свободными границами и внутренними границами раздела подробно изложены в [112, 113]. Один из разделов в монографии [113] посвящён изучению влияния эффектов испарения на устойчивость испаряющихся слоёв однокомпонентной жидкости и бинарного раствора, контактирующих с собственным паром, и поведение поверхности, разделяющей жидкость и пар, в рамках одностороннего подхода. Обусловленное неоднородностью температурного поля формирование градиентов концентрации под влиянием эффекта термодиффузии приводит к изменениям плотности раствора и может существенно влиять на характер движения среды в поле массовых сил и его устойчивость. Большинство исследований в этой области также посвящено анализу устойчивости равновесных состояний жидкости в плоских слоях (см. обзоры в [103, 114–116]). В отличие от неустойчивости Рэлея – Бенара, возникающей в однокомпонентной жидкости при нагреве снизу, в смесях такой тип неустойчивости может проявляться и при нагреве сверху, если тяжёлый компонент за счёт действия эффекта Соре концентрируется у верхней границы области течения. Обзор результатов исследования устойчивости конвективных течений в бинарных смесях, заполняющих плоские слои, представлен в [104] (см. также [93]).

Устойчивость течения испаряющейся жидкости, контактирующей с собственным паром, имеющим температуру $100\text{ }^{\circ}\text{C}$, исследована в работе [117]. Основное состояние двухслойной системы характеризуется пуазейлевским профилем скорости и линейным поперёк слоя распределением температуры в обеих средах. Изучено влияние эффектов испарения и сдвиговых напряжений на границе раздела жидкость – пар на пороговые характеристики устойчивости. В [118] на основе метода малого параметра была доказана устойчивость аналога решения ОБ, построенного в [73] для описания однонаправленных течений в двухфазной системе с испарением в рамках постановки, учитывающей только вклад эффекта Дюфура, относительно длинноволновых плоских возмущений типа нормальных волн. Были получены длинноволновые асимптотики собственных значений и собственных функций соответствующей спектральной задачи. Устойчивость этого решения относительно периодических по продольной координате возмущений численно исследована в [33]. Было показано, что при различной тепловой нагрузке, приложенной на стенках канала, устойчивость основного течения гарантируется только при малых температурных градиентах и расходах газа. Изучалось влияние интенсивности и характера (нагрев/охлаждение) тепловой нагрузки, величины расхода газа и амплитуды начальных возмущений на тип возникающих неустойчивостей. Было обнаружено, что при неоднородной тепловой нагрузке неустойчивость может проявляться в виде монотонных и колебательных режимов. Первый из них характеризуется формированием вихревых или термокапиллярных структур, а второй — появлением «пульсирующих» вихрей.

Необходимость исследования роли тепловых граничных режимов объясняется их возможным влиянием на пороговые характеристики устойчивости основного состояния жидкостной системы и формы критических возмущений. В [119] показано, что в случае изотермических границ наиболее опасные возмущения, вызывающие конвективное движение в жидком слое с внутренним отрицательным градиентом температуры, представляют собой ячейки с горизонтальным масштабом, сравнимым с толщиной слоя. Если же на границах задан ненулевой тепловой поток, то имеет место длинноволновая неустойчивость. В бинарных смесях конвекция, обусловленная силами плавучести, может возникать не только за счёт перепада температур, заданного через граничные условия, но и из-за вариаций концентраций компонентов смеси [120]. Формы

неустойчивости могут меняться и в нагреваемой снизу системе с фазовыми превращениями, где основным механизмом, порождающим конвекцию, может служить инверсия плотности газопаровой смеси, вызванная присутствием летучего компонента [121]. Случай двухслойной системы ультратонких плёнок, подверженной действию произвольно ориентированного температурного градиента, когда граничные условия для функции температуры моделируют внешнюю тепловую нагрузку, распределённую по линейному относительно продольной координаты закону, рассмотрен в [122]. Совместное действие сил Марангони и Ван дер Ваальса в такой системе может приводить к формированию структур различной топологии (капель, упорядоченных и иррегулярных структур). Возникающие при этом формы неустойчивости зависят от интенсивности термокапиллярного эффекта, которая характеризуется поверхностным температурным градиентом, однозначно определяемым с помощью заданных граничных условий. Во всех упомянутых работах были изучены условия для возникновения конвекции под действием внешней тепловой нагрузки в изначально покоящейся жидкости.

Итак, характер и структура двухслойных течений, режим фазовых переходов (испарение/конденсация) определяются совместным действием следующих основных факторов: (1) естественной конвекцией и связанных с ней влиянием массовых сил, (2) термокапиллярной конвекцией и влиянием сил Марангони, (3) сдвиговыми напряжениями, индуцируемыми спутным потоком газа и порождающими дополнительное действие термокапиллярных сил, (4) термоконцентрационной конвекцией и влиянием концентрации пара в газовой фазе и вблизи межфазной поверхности, (5) эффектами испарения/конденсации и соответствующими характеристиками паросодержания и массовой скорости испарения, (6) теплофизическими свойствами рабочих сред, (7) типом и интенсивностью приложенной внешней нагрузки (тепловой, вибрационной и т. п.), (8) геометрией системы (в частности толщинами жидкого и парогазового слоёв). С точки зрения формулировки определяющих уравнений и замыкающих соотношений, совокупность всех указанных факторов существенно усложняет задачу. В настоящей работе изучается влияние всех указанных факторов на характеристики режимов, возникающих в двухслойной системе с фазовым переходом жидкость – пар. Результаты позволят лучше понять вклад каждого из них в формирование той или иной картины течений, установить основные зако-

номерности. Структура режимов испарительной конвекции и изменения критических характеристик устойчивости течений в зависимости от соответствующих параметров будут изучены на основе обобщения решения ОБ, учитывающего влияние прямого и обратного термодиффузионных эффектов в парогазовом слое и на границах газовой фазы. Устойчивость возникающих режимов будет исследована в рамках линейной теории. Будут проанализированы зависимости массовой скорости испарения, критических характеристик линейной устойчивости и типичных форм характеристических возмущений от внешних управляющих воздействий и определены механизмы, приводящие к смене структуры течения. Исследование влияния различных факторов на характер возникающих неустойчивостей является актуальной задачей, имеющей не только прикладное, но и фундаментальное значение. Изучение параметров и характеристик неустойчивости необходимо для более глубокого понимания роли отдельных механизмов тепломассопереноса, интерпретации результатов наблюдений, а также при прогнозировании исходов экспериментов по изучению неизотермических течений в условиях фазовых переходов.

Целью диссертационной работы является систематическое изучение характеристик тепломассобмена в системе жидкость – газ в условиях диффузионного испарения в миниканалах на основе точных решений. Для достижения указанной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

- провести анализ точных решений уравнений тепломассопереноса в рамках различных постановок краевых задач, сформулированных на основе двусторонней модели испарительной конвекции;
- исследовать линейную устойчивость точных решений, описывающих совместные течения испаряющейся жидкости и спутного парогазового потока, относительно малых нестационарных возмущений в пространстве параметров задачи;
- получить пороговые характеристики и карты режимов неустойчивости, изучить условия и особенности формирования разных типов неустойчивости.

Научная новизна полученных результатов заключается в следующем:

- впервые построено точное решение уравнений термоконцентрационной конвекции, описывающее течения в двухслойной системе жидкость – газ

с продольным градиентом температуры и позволяющее корректно учесть вклад неоднородного режима испарения на межфазной границе. На основе сравнения теоретических данных, полученных с помощью нового точного решения, и результатов экспериментов выполнен анализ различных постановок краевых задач испарительной конвекции, выделены содержательные постановки, обеспечивающие качественное согласование теоретических и экспериментальных данных;

- впервые на основе точных решений проведено систематическое изучение характеристик конвективных режимов в двухфазных системах жидкость – газ, возникающих в условиях диффузионного испарения, во всем пространстве параметров соответствующих задач; предложено расширение классификации Наполитано режимов двухслойных течений с термокапиллярной границей раздела;
- впервые с исчерпывающей полнотой проведено исследование линейной устойчивости стратифицированных двухфазных течений с однородным испарением в миниканалах, описываемых точным решением определяющих уравнений, относительно плоских и пространственных возмущений, определены критические характеристики устойчивости, проведена селекция мод, построены карты режимов неустойчивости. Установлен преимущественно колебательный характер режимов неустойчивости, определены частоты осцилляций наиболее опасных возмущений, возникающих в форме упорядоченных конвективных (ячеистых) или термокапиллярных (продольных) структур в жидкости;
- впервые показано стабилизирующее влияние деформируемости межфазной границы на характеристики устойчивости течений испаряющейся жидкости, увлекаемой спутным газовым потоком.

Теоретическая и практическая значимость. Диссертация носит теоретический характер. Теоретическая значимость состоит в получении систематических результатов, имеющих фундаментальное значение для понимания процессов тепломассообмена в двухфазных системах с диффузионным испарением на границе раздела жидкость – газ. Проведённые исследования позволили установить и описать типичные режимы испарительной конвекции в двухслойной системе, наблюдаемые в экспериментах, в широких диапазонах изменения

управляющих параметров, объяснить основные механизмы неустойчивости возникающих конвективных режимов, установить основные закономерности формирования пространственной неустойчивости. Результаты вносят вклад в теорию испарительной конвекции и конвективной устойчивости, могут служить теоретической основой для построения иерархии математических моделей и дальнейшего развития подходов к описанию фазовых переходов в жидкостных системах.

С практической точки зрения результаты могут быть использованы при прогнозировании исходов теплофизических экспериментов, связанных с изучением неизотермических течений жидкостей с испарением за счёт продува газа, а также при разработке экспериментальных методов исследования конвекции в условиях фазовых переходов для определения управляющих воздействий, обеспечивающих устойчивость исходных режимов течений. Полученные точные решения могут быть использованы для восстановления ряда эмпирических характеристик (параметров Соре и Дюфура, коэффициента концентрационного расширения плотности газа), отсутствующих в справочной литературе.

Методы исследования. При исследовании математических постановок задач испарительной конвекции и точных решений используются методы общей теории дифференциальных уравнений и уравнений математической физики. Устойчивость конвективных течений исследуется методом линеаризации. Для численного решения возникающих спектральных задач используется метод ортогонализации Абрамова – Годунова. Для проведения численных расчётов и визуализации результатов реализованы авторские коды в среде MATLAB.

Положения, выносимые на защиту.

1. Новое точное решение задачи испарительной конвекции, учитывающее неоднородный характер испарения на межфазной границе.
2. Результаты аналитического исследования конвективных режимов в двухслойной системе жидкость – газ в условиях диффузионного испарения, полученные на основе точных решений уравнений термоконцентрационной конвекции.
3. Результаты исследований линейной устойчивости совместных течений испаряющейся жидкости и спутного потока газа в миниканале относительно плоских и пространственных возмущений, в том числе в случае деформируемой

межфазной границы; пороги возникновения и карты режимов неустойчивости в пространстве параметров задачи.

Достоверность результатов диссертационной работы обеспечивается использованием адекватной, физически обоснованной модели испарительной конвекции, строгих математических методов теории устойчивости, применением апробированных численных методов с контролем точности, сравнением результатов работы с известными теоретическими и экспериментальными данными.

Апробация работы. Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались на следующих семинарах, совещаниях и конференциях:

- Международном симпозиуме «Bifurcations and Instabilities in Fluid Dynamics – BIFD» (Paris, France, 2015);
- Международной конференции «Лаврентьевские чтения по математике, механике и физике» (Новосибирск, 2015);
- X Международной конференции «Two-phase Systems for Ground and Space Applications» (Kyoto, Japan, 2015);
- XVI Всероссийской конференции молодых учёных по математическому моделированию и информационным технологиям (Красноярск, 2015);
- Международном симпозиуме и школе молодых учёных «Interfacial Phenomena and Heat Transfer» (Новосибирск, 2016);
- Всероссийской конференции «Нелинейные волны: теория и новые приложения» (Новосибирск, 2016);
- Российско-французском семинаре «Mathematical Hydrodynamics» (Новосибирск, 2016);
- Всероссийской научной конференции «Теплофизика и физическая гидродинамика» с элементами школы молодых учёных (Ялта, 2016);
- Всероссийской конференции «Актуальные проблемы прикладной математики и механики» и Всероссийской молодёжной школе-конференции (Абрау-Дюрсо, 2016);
- Всероссийской конференции с участием зарубежных учёных «Задачи со свободными границами: теория, эксперимент и приложения» (Бийск, 2017; Красноярск, 2020);
- Международной молодёжной научно-практической конференции с элементами научной школы «Прикладная математика и фундаментальная информати-

ка» (Омск, 2019, 2020, 2021, 2022);

– Всероссийском съезде по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Уфа, 2019);

– Всероссийской конференции с международным участием «Пермские гидродинамические научные чтения» (Пермь, 2018, 2020, 2022);

– Минисимпозиуме «Задачи механики деформируемых сред с поверхностями раздела» в рамках 27-ой Международной конференции по численным методам решения задач теории упругости и пластичности, посвящённой 100-летию со дня рождения Н. Н. Яненко (Красноярск, 2021);

– Конференции международных математических центров мирового уровня (Сочи, 2021);

– Объединённом семинаре «Математическое моделирование в механике», ФГБУН Институт вычислительной математики Сибирского отделения Российской академии наук и ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет» (руководитель д.ф.-м.н. Андреев В. К., Красноярск);

– Семинаре «Прикладная гидродинамика», ФГБУН Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева Сибирского отделения Российской академии наук (ИГиЛ СО РАН) (руководители член-корреспондент РАН Пухначёв В. В., д.ф.-м.н. Ерманюк Е. В., Новосибирск);

– Семинаре «Математические модели механики сплошной среды», ИГиЛ СО РАН (руководители член-корреспондент РАН Плотников П. И., д.ф.-м.н. Старовойтов В. Н., Новосибирск);

– Семинаре ФГБУН Институт математики им. С. Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук (руководитель д.ф.-м.н. Блохин А. М., Новосибирск);

– Семинаре «Физическая гидродинамика», ФГБУН Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе Сибирского отделения Российской академии наук (ИТ СО РАН) (руководитель академик РАН Алексеенко С. В., Новосибирск);

– Семинаре по теоретической физике, ФГАОУ ВО «Пермский государственный национальный исследовательский университет» (руководитель д.ф.-м.н. Дёмин В. А., Пермь);

– Семинаре лаборатории интенсификации процессов теплообмена, ИТ СО РАН (руководитель член-корреспондент РАН Кабов О. А., Новосибирск).

Исследования по теме диссертации выполнялись автором в рамках:

- научных проектов, поддержанных Российским фондом фундаментальных исследований в 2014-2020 гг.: № 14-01-00067 «Конвективные движения с поверхностями раздела и их устойчивость», № 14-08-00163 «Теоретическое и экспериментальное исследование процессов тепломассопереноса в двухслойных конвективных течениях с испарением», № 17-01-00229 «Сопряжённые конвективные движения в плоских и цилиндрических областях с неклассическим энергетическим условием на границе раздела», № 17-08-00291 «Неклассические задачи термокапиллярной конвекции в двухслойных системах», № 18-41-242005 «Теоретическое и экспериментальное исследование процессов тепломассообмена в двухфазных системах термического контроля» (совместно с Правительством Красноярского края);
- научного проекта 22-11-00243 «Построение иерархии моделей испарительной конвекции на основе точных решений», поддержанного Российским научным фондом.

Работа поддержана Красноярским математическим центром, финансируемым Минобрнауки РФ в рамках мероприятий по созданию и развитию региональных НОМЦ (Соглашение 075-02-2022-876).

Публикации. По теме диссертации опубликованы 8 статей в печатных изданиях, входящих в перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК [123–130].

Личный вклад автора состоит в непосредственном участии в постановках исследуемых задач, реализации аналитических и численных методов решения, получении, интерпретации и апробации результатов. В работах [123, 124, 128] автору принадлежат результаты расчётов спектральной задачи, анализ режимов течений и типов неустойчивости; в [125] соискателем выполнен анализ влияния термодиффузионного эффекта на параметры возникающих конвективных режимов; для визуализации результатов в [124–126] использован авторский код; в [130] диссертантом получены условия применимости точного решения для описания режимов с неоднородными испарением.

Структура диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, четырёх глав, заключения, списка литературы и трёх приложений. Общий объём работы — 146 страниц, 45 рисунков и 17 таблиц. Список литературы содержит 150 наименований.

Во **введении** обосновывается актуальность темы диссертации и дана общая характеристика работы.

Первая глава содержит постановку задачи испарительной конвекции. В п. 1.1 приводятся определяющие уравнения — аппроксимация Обербека — Буссинеска уравнений Навье — Стокса, дополненные уравнением диффузии для описания переноса летучего компонента в газовой фазе, вид исследуемого точного решения и возможные варианты граничных условий, которым оно должно удовлетворять, даётся физическая интерпретация точного решения. В п. 1.2 описан переход к безразмерным переменным, введены основные критерии подобия и сформулирована задача для амплитуд нормальных возмущений точного решения в рамках линейной теории.

Во **второй главе** анализируются основные характеристики течений испаряющейся жидкости, полученные с помощью точного решения — обобщения решения ОБ на случай термоконцентрационной конвекции. Разделы 2.1 – 2.5 посвящены исследованию влияния различных факторов в случае режимов с постоянной скоростью испарения в системе сред «HFE7100 – азот». В п. 2.1, 2.2 рассмотрено влияние интенсивности гравитационного воздействия и геометрии системы на величину массовой скорости испарения, приведены основные типы течений и описаны механизмы, определяющие топологическую и тепловую картину течений. В п. 2.3 освещены вопросы целесообразности учёта термодиффузионных эффектов в используемой постановке задачи. Раздел 2.4 содержит результаты анализа особенностей течений с различной заданной тепловой нагрузкой на твёрдых стенках, включая случай комбинированных температурных граничных режимов. В п. 2.5 обсуждается влияние скорости газового потока на характеристики возникающих режимов течений в двухслойной системе. Анализ постановок краевых задач, в которых учитывается неоднородный характер испарения, проводится в п. 2.6. Апробация граничных условий для функций температуры и паросодержания выполняется на основе сравнения расчётных и экспериментальных данных для системы сред «этанол – воздух». Определены типы граничных условий, обеспечивающие хорошее качественное согласование результатов, полученных на основе точного решения, с данными экспериментов. Указаны условия, гарантирующие приемлемое количественное соответствие. В п. 2.7 даётся расширение классификации Наполитано типов течений, которые могут быть описаны изучаемыми точными решениями. Описаны ос-

новные физические механизмы, обеспечивающие реализацию всех возможных классов течений.

Третья глава посвящена вопросам устойчивости совместных течений испаряющейся жидкости и парогазовой смеси в случае плоских возмущений. В п. 3.1 анализируются пороговые характеристики устойчивости и возможные формы неустойчивости в зависимости от изменений толщин слоёв рабочих сред и интенсивности гравитационного воздействия в условиях равной, распределённой по линейному закону, тепловой нагрузки, приложенной на внешних стенках канала. Решение задачи об устойчивости подтверждает наблюдаемый экспериментально колебательный характер неустойчивости в двухфазной системе с испарением. Проведена селекция мод, описаны механизмы, обуславливающие формирование различных характеристических возмущений при изменении баланса термокапиллярных и гравитационных сил, определены рабочие диапазоны безразмерных параметров задачи, при которых соответствующие формы неустойчивости наблюдаются в системе сред «HFE7100 – азот». Влияние поперечного перепада на критические характеристики неустойчивости и тип наиболее опасных возмущений исследуется в п. 3.2. Устойчивость двухслойного течения с испарением в канале с теплоизолированной верхней стенкой изучается в п. 3.3. Анализ характера влияния скорости газопарового потока на устойчивость основного течения посвящён п. 3.4; установлено, что стабилизирующее/дестабилизирующее действие дополнительных касательных напряжений, индуцированных прокачкой газа, зависит от степени выраженности и направления действия термокапиллярного эффекта. Для всех исследуемых случаев приведены нейтральные кривые, определяющие критические тепловые нагрузки, которые вызывают потерю устойчивости основного течения, и количественные зависимости фазовых скоростей возмущений от соответствующих управляющих параметров.

В **четвёртой главе** исследуется устойчивость изучаемого течения относительно пространственных возмущений. Показано, что для большинства рассмотренных конфигураций они являются более опасными по сравнению с плоскими возмущениями. Определены пороговые характеристики устойчивости и длины волн наиболее опасных возмущений. Пространственная неустойчивость в двухфазной системе проявляется в форме валиковой конвекции, для которой характерно возникновение продольных и поперечных структур различной

топологии. В п. 4.1 изучено влияние геометрии системы, интенсивности гравитационного воздействия и дополнительного нагрева снизу на пороговые характеристики пространственной неустойчивости в случае недеформируемой межфазной границы. Влияние деформируемости границы раздела под действием возмущений на характеристики устойчивости анализируется в п. 4.2. Установлено, что при малых температурных градиентах в системе с деформируемой поверхностью жидкость – газ возможно существование устойчивых режимов течений.

В **заключении** сформулированы основные результаты диссертационной работы. Приводится **список литературы**.

Приложение 1 содержит описание алгоритма вычисления неизвестных констант, однозначным образом определяющих рассматриваемое решение по заданным граничным условиям, приводятся их точные выражения для случая постоянной скорости испарения.

В **Приложении 2** изложен алгоритм вычисления неизвестных констант, входящих в выражения для искомых функций, которые описывают двухфазные стратифицированные течения с неоднородным испарением.

В **Приложении 3** приведены физико-химические параметры рабочих сред, которые использовались при расчётах.

Глава 1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИСПАРИТЕЛЬНОЙ КОНВЕКЦИИ

1.1. Постановка задачи

1.1.1. Основные предположения и общие уравнения

Пусть испаряющаяся жидкость и газопаровая смесь заполняют бесконечные слои

$$\Omega_1 = \{(x, y, z) : -\infty < x < \infty, -h_1 < y < 0, -\infty < z < \infty\},$$

$$\Omega_2 = \{(x, y, z) : -\infty < x < \infty, 0 < y < h_2, -\infty < z < \infty\},$$

имеющие высоту h_1 и h_2 соответственно. В декартовой системе координат (x, y, z) вертикальная ось y направлена противоположно вектору массовых сил $\mathbf{g} = (0, -g, 0)$. Внешними границами области течения являются твёрдые непроницаемые стенки $y = -h_1$, $y = h_2$ (см. рисунок 1). Жидкости имеют общую поверхность раздела Γ , которая предполагается недеформируемой (плоской) термокапиллярной границей $y = 0$, допускающей массоперенос за счёт испарения или конденсации.

Будем полагать, что вдоль Γ действуют касательные силы, при этом поверхностное натяжение σ линейно зависит от температуры: $\sigma = \sigma_0 - \sigma_T(T - T_0)$, где σ_0 , T_0 — характерные значения поверхностного натяжения и температуры жидкости соответственно, $\sigma_0 = \sigma(T_0)$, $\sigma_T > 0$ — температурный коэффициент поверхностного натяжения.

Для описания конвективных режимов в двухфазной системе используется математическая модель, основанная на следующих предположениях:

- i) обе рабочие среды (жидкость и газопаровая смесь) являются несжимаемыми, вязкими и теплопроводными. Несжимаемость газовой фазы обеспечивается малыми размерами системы и такими скоростями движения, при которых в системе не возникает условий для образования ударных волн;

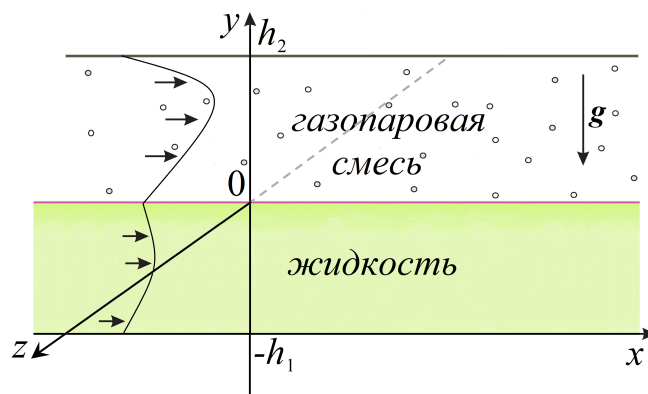


Рисунок 1 – Схема течения

- ii) система находится в состоянии, близком к состоянию локального термодинамического равновесия, характеризуемого средним постоянным давлением p_0 , температурой T_0 и паросодержанием C_0 . Ввиду отсутствия в системе значительных перепадов температур, все коэффициенты переноса предполагаются постоянными;
- iii) в силу предположения (ii) можно считать, что в системе происходит слабое испарение [18], т. е. имеет место только диффузионный перенос массы через границу раздела Γ , конвективный перенос через межфазную поверхность не рассматривается. Конденсация пара трактуется как испарение с отрицательным потоком массы;
- iv) пар считается пассивной (химически инертной) примесью, не меняющей никаких свойств фоновых газа, поэтому химические реакции между парами жидкости и газом и процессы абсорбции/десорбции не рассматриваются. Однако присутствие летучего компонента в газовой фазе может вызывать проявление прямого и обратного термодиффузионных эффектов; коэффициенты α_T и α_C , характеризующие интенсивность эффектов Соре и Дюфура соответственно, предполагаются постоянными в силу положений (ii) и (iii);
- v) вариации плотности и давления в обеих жидкостях малы. Кроме того, возникающие в газовой фазе градиенты давления не приводят к сколь угодно значимому молекулярному движению компонентов парогазовой смеси друг относительно друга, поэтому вклад диффузионного давления (бародиффузия) также не рассматривается.

Совокупность указанных предположений обеспечивает корректное применение уравнений Обербека–Буссинеска, дополненных уравнением диффузии для моделирования переноса пара в несущем газе и слагаемыми, отвечающими влиянию эффектов Соре и Дюфура в газовой фазе, для описания конвективного теплообмена в обеих средах. Корректность использования уравнения конвективной диффузии, являющегося следствием первого и второго законов Фика и более общего уравнения Максвелла–Стефана, описывающего диффузию в многокомпонентных системах, гарантируется предположениями (ii) и (iii). Законы Фика нашли строгое экспериментальное подтверждение при изучении растворов малых концентраций [131, 132]. Эти законы справедливы также и для взаимной диффузии различных газов при умеренных концентрациях компонентов смеси [133]. В действительности применение уравнения диффузии оправдано для смесей с любыми концентрациями примеси. Единственным ограничением является требование о малых отклонениях концентраций от некоторого характерного значения (в рассматриваемом случае — от равновесной концентрации пара в газе C_0 , см. [87, 134–136]).

Определяющие уравнения имеют следующий вид:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \mathbf{v} - \mathbf{g}(\beta T + \underline{\gamma C}), \quad (1.1)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla T = \chi(\Delta T + \underline{\alpha_c \Delta C}), \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla C = D(\Delta C + \alpha_T \Delta T), \quad (1.4)$$

где подчёркнутые члены, равно как и уравнение (1.4), учитываются только при описании конвекции в верхнем (газовом) слое. Введены следующие обозначения: $\mathbf{v} = (u, v, w)$ — вектор скорости, p — модифицированное давление (задаёт отклонение истинного давления жидкости $\tilde{p}$ от гидростатического, $p = \tilde{p} - \rho \mathbf{g} \cdot \mathbf{x}$, $\mathbf{x} = (x, y, z)$), T — температура, C — концентрация пара в газе (функция, задающая значения долевой концентрации испарившегося вещества), ρ — средняя плотность, ν , χ , D , β , γ — коэффициенты кинематической вязкости, температуропроводности, диффузии пара, объёмного и концентрационного расширения соответственно.

1.1.2. Вид точного стационарного решения

В силу групповых свойств система (1.1)–(1.4) допускает стационарное решение, представляющее обобщение решения ОБ для уравнений термоконвекционной конвекции [72, 73]:

$$\begin{aligned} u_j &= u_j(y), \quad v_j = 0, \quad w_j = 0, \quad p_j = p_j(x, y), \\ T_j &= (a_1^j + a_2^j y)x + \vartheta_j(y), \quad C = (b_1 + b_2 y)x + \phi(y). \end{aligned} \quad (1.5)$$

Здесь и далее индексы $j = 1$ и $j = 2$ используются для обозначения характеристик жидкого и газопарового слоя соответственно.

Подстановка решения (1.5) в исходную систему (1.1)–(1.4) и последующее интегрирование результирующих уравнений позволяет найти аналитические представления искомых функций. Все функции имеют полиномиальный вид: продольная компонента скорости $u(y)$ есть многочлен четвёртой степени, слагаемые $\vartheta_j(y)$ и $\phi(y)$ в выражениях для функций температуры и концентрации — многочлены седьмой степени, а модифицированное давление p_j имеет вид $p_j = \psi_j(y)x + \varphi(y)$, где $\psi_j(y)$ и $\varphi(y)$ — многочлены второй и восьмой степени соответственно. Точный вид всех искомых функций представлен в Приложении 1, а значения неизвестных коэффициентов многочленов определяются с помощью граничных условий.

Поскольку функции в (1.5) не зависят от переменной z , далее будем рассматривать задачу в плоской постановке (фактически в сечении $z = 0$, см. рисунок 1).

1.1.3. Граничные условия

На твёрдых стенках канала для функций скорости ставятся условия прилипания

$$u_1(-h_1) = 0, \quad u_2(h_2) = 0. \quad (1.6)$$

Для функций температуры T_j и паросодержания C структура точного решения (1.5) позволяет задавать разные типы граничных условий на внешних границах области течения. Условия первого рода, задающие линейное относитель-

но продольной координаты распределение температуры

$$T_1(x, -h_1) = A_1x + \vartheta^-, \quad (1.7)$$

$$T_2(x, h_2) = A_2x + \vartheta^+, \quad (1.8)$$

моделируют внешнюю тепловую нагрузку, характер которой определяется значениями соответствующих коэффициентов. В общем случае, при $A_1 \neq A_2$ и $\vartheta^- \neq \vartheta^+$, тепловое поле характеризуется результирующим градиентом A_ϑ , который является наклонным и может быть неоднородным.

Допускается замена условий Дирихле (1.7), (1.8) на обеих стенках канала или на одной из них условиями Неймана, при этом могут быть заданы как нулевой, так и ненулевой потоки тепла. Следует учесть, что полное выражение для потока тепла на верхней стенке должно учитывать вклад эффект Дюфура. В диссертации рассматриваются приведённые ниже варианты условий Неймана, задающие условия теплоизоляции:

$$T_{1y}|_{y=-h_1} = 0, \quad (1.9)$$

$$(T_{2y} + \alpha_C C_y)|_{y=h_2} = 0. \quad (1.10)$$

Граничный режим для функции концентрации пара вида

$$(C_y + \alpha_T T_{2y})|_{y=h_2} = 0 \quad (1.11)$$

означает, что поток пара через верхнюю стенку отсутствует. Заметим, что условие (1.11) учитывает влияние эффекта Соре, вклад которого значителен в ограниченном диапазоне значений параметров задачи. При определённых условиях, с погрешностью, не превышающей 1 %, в условии (1.11) можно пренебречь вкладом температурных эффектов и требовать лишь выполнения равенства

$$C_y|_{y=h_2} = 0. \quad (1.12)$$

Использование упрощённого условия (1.12) оправдано лишь при малых градиентах температуры и концентрации [134], так как сколько-нибудь существенные отклонения температуры в системе и концентрации пара в верхнем слое (более 1 %) наблюдаются при таких продольных градиентах температуры A_1 и A_2 ,

которые можно считать умеренными и вносящими достаточный вклад в формирование теплового режима и поля концентрации.

Вместо соотношения (1.11) на верхней стенке может быть задано условие полной абсорбции пара

$$C(x, h_2) \big|_{y=h_2} = 0. \quad (1.13)$$

Равенство (1.13) можно трактовать как способность границы мгновенно впитывать пар. Вопрос о возможности физической реализации такого граничного режима в экспериментах остаётся открытым.

Считаем, что поля скоростей и температур остаются непрерывными при переходе через Γ :

$$u_1 \big|_{y=0} = u_2 \big|_{y=0}, \quad T_1 \big|_{y=0} = T_2 \big|_{y=0}. \quad (1.14)$$

Равенство температур на межфазной границе представляет одно из условий локального термодинамического равновесия, из него сразу следует, что $a_1^1 = a_1^2 = A$. Таким образом, распределение температур в слоях имеет вид

$$T_j = (A + a_2^j y)x + \vartheta_j(y), \quad j = 1, 2. \quad (1.15)$$

Температурный градиент A на поверхности раздела будет определяться через значения A_1 и A_2 и величины других параметров системы. Если на стенках канала одновременно заданы условия теплоизоляции (1.9), (1.10), то величина A является параметром решения и моделирует температурный градиент на Γ , возникающий только за счёт испарения.

В силу вида точного решения (1.5) и предположения о недеформируемости границы раздела кинематическое условие на Γ выполняется тождественно. Проекции динамического условия на нормальный и касательный векторы к Γ (с учётом принятой линейной зависимости поверхностного натяжения от температуры) записываются в виде

$$p_1 = p_2, \quad \rho_1 \nu_1 u_{1y} = \rho_2 \nu_2 u_{2y} - \sigma_T T_x. \quad (1.16)$$

В силу предположения о диффузионном характере испарения, связанные с ним эффекты учитываются только в условии теплового баланса (1.17) на границе раздела:

$$\kappa_1 T_{1y} - \kappa_2 T_{2y} - \alpha_c \kappa_2 C_y = -LM. \quad (1.17)$$

Здесь κ_j — коэффициент теплопроводности j -ой среды, L — скрытая теплота парообразования. Величина M характеризует массовую скорость испарения (количество жидкости, испаряющееся с единицы площади межфазной поверхности за единицу времени) и определяется из уравнения баланса масс [33]:

$$M = -D\rho_2 (C_y + \alpha_T T_{2y}). \quad (1.18)$$

Параметр M является дополнительной количественной характеристикой, которая может использоваться для сравнения теоретических и экспериментальных результатов. Учитывая, что имеющиеся экспериментальные данные для массовой скорости испарения [96] представлены в виде линий тренда, случай $M = M_0 = \text{const}$ трактуется как испарение с постоянной скоростью и позволяет сравнить расчётные значения M , полученные на основе точного решения, с измеренными в экспериментах.

Решение (1.5) позволяет реализовать и случай неоднородного испарения, когда скорость испарения M изменяется вдоль канала. Форма решения диктует обязательный вид зависимости $M(x)$:

$$M = M(x) = M_0 + M_x x. \quad (1.19)$$

Концентрация насыщенного пара на границе раздела находится с помощью условия

$$C|_{y=0} = C_0 \left[1 + \varepsilon (T_2|_{y=0} - T_0) \right]. \quad (1.20)$$

Здесь $\varepsilon = L\mu/(R^*T_0^2)$, μ — молярная масса испаряющейся жидкости, R^* — универсальная газовая постоянная, C_0 — концентрация насыщенного пара при $T_2 = T_0$. Соотношение (1.20) является следствием уравнения Клапейрона — Клаузиуса [135] для давления насыщенного пара $P = P_0 \exp[L\mu(T - T_0)/(R^*T_0T)]$ и уравнения Менделеева — Клапейрона для идеального газа $\rho_v R^* T = \mu P$ (здесь (P_0, T_0) — некоторое исходное состояние, $\rho_v = C\rho_2$). Линейная зависимость концентрации пара на границе раздела (1.20) для умеренных перепадов температуры есть результат линеаризации соотношения $C = \tilde{C}_0 \exp[-L\mu/(R^*T)]/T$, $\tilde{C}_0 = \text{const}$, выполненной в предположении малости безразмерного параметра εT_* (T_* — характерное значение перепада температуры).

Для замыкания задачи задаётся расход газа в верхнем слое:

$$R_g = \int_0^{h_2} \rho_2 u_2(y) dy. \quad (1.21)$$

Замечание 1. Рассматриваемое решение точно удовлетворяет всем граничным условиям на межфазной границе даже вне предположения о недеформируемости Г. Полная постановка задачи допускает случай $y = 0$ как одно из решений при определении положения границы раздела из граничных условий.

Замечание 2. Анализ постановок краевых задач в случае однородного испарения ($M = \text{const}$) для различных вариантов граничных условий для функций температуры и паросодержания на основе точного решения (1.5) выполнен в [33, 96]. В [96] установлено, что лучшее качественное и количественное соответствие между расчётными и экспериментальными данными обеспечивается в рамках постановок, включающих слагаемые, отвечающие эффекту Соре в уравнении (1.4) и выражении (1.18), и граничное условие (1.7) вместо (1.9) на нижней стенке.

В диссертации для случая однородного испарения в качестве граничного условия для функции концентрации пара на верхней стенке используется соотношение (1.11) вместо (1.13). Алгоритмы вычисления всех неизвестных коэффициентов в решении (1.5) для указанных граничных условий приводятся в Приложении 1. Кроме того, в диссертационной работе точное решение вида (1.5) будет построено и для случая неоднородного испарения, когда M определяется по закону (1.19). Оценка адекватности математической модели будет проводиться на основе сравнения с экспериментальными данными, представленными в [57], подтверждающими изменение скорости испарения вдоль канала. Будут апробированы различные краевые условия для функций температуры и концентрации пара с целью выявления содержательных и корректных постановок, обеспечивающих физическое правдоподобие результатов моделирования.

1.1.4. Физическая интерпретация решения

Для того чтобы дать корректную физическую интерпретацию изучаемого решения и определить область и условия его применимости, следует отметить несколько принципиальных моментов:

- решение описывает конвекцию в условиях слабого испарения (см. предположение (iii) в п. 1.1.1). Оно позволяет корректно учесть присутствие испаряемого компонента в одной из сред, которая считается бинарной смесью, и вклад термодиффузионных эффектов (см. предположение (iv));
- математическая постановка задачи формулируется в канонической области — бесконечном плоском канале, расположенном в поперечно направленном поле силы тяжести. Функции (1.5) интерпретируются как решение, описывающее конвекцию в двухфазной системе, заполняющей достаточно длинную кювету, для которой бесконечный слой является приемлемой аппроксимацией;
- в силу линейной зависимости функций давления, температуры и концентрации от продольной координаты (см. Приложения 1, 2), эти функции неограниченно возрастают с увеличением x . Можно утверждать, что решение даёт локальное описание конвективных режимов на рабочем участке ограниченной длины L_h протяжённой кюветы. В общем случае длина L_h определяется из следующих соображений: поскольку функция паросодержания C определяет массовую долю пара в газопаровой смеси, то решение считается физически правдоподобным, если значения этой функции принадлежат отрезку $[0; 1]$. Вместе с этим, так как значения функций T_j и C должны слабо отклоняться от равновесных значений T_0 и C_0 соответственно (см. предположение (ii)), характерные перепады значений температуры и концентрации на длине рабочего участка должны оставаться умеренными.

Итак, решение (1.5), построенное в рамках представленной модели испарительной конвекции, может быть использовано для описания конвективного теплообмена в двухслойной системе с внутренней границей раздела, допускающей слабое испарение, когда учитывается только диффузионный поток массы, возникающий за счёт фазовых превращений жидкость – пар. Решение описывает совместные однонаправленные неизотермические течения испаряющейся жидкости и парогазовой смеси при заданном расходе газа. Основными механизмами, формирующими конвективные режимы, являются гравитационные силы, внешняя тепловая нагрузка (её интенсивность определяется граничными температурными градиентами A_j) и перепад давлений в газовой фазе

(если в (1.21) $R_g \neq 0$). Решение позволяет определить кинематические, температурные и концентрационные характеристики двухфазной системы на рабочем участке конечной длины L_h достаточно длинного канала с различными граничными режимами для функций температуры и концентрации пара.

1.2. Задача об устойчивости

Изучение свойств точных решений предполагает исследование их устойчивости, особенно в рамках постановок, которые характеризуются большим числом независимых параметров, отвечающих разным эффектам. Рассматриваемая в диссертации задача является примером такой многопараметрической задачи, в которой учтено влияние разнородных управляющих воздействий (внешняя тепловая нагрузка, расход одной из сред, поле массовых сил, граничные условия для функций температуры и концентрации пара), а также факторов, зависящих от свойств системы (теплофизические свойства сред, геометрия системы, эффект испарения/конденсации). Свойства устойчивости решения (1.5) определяются как вкладом отдельных факторов, так и влиянием их взаимных комбинаций. Для определения характеристик устойчивости двухслойных течений с испарением в зависимости от параметров задачи в рамках линейной теории будет изучена задача о малых возмущениях точного решения (1.5).

1.2.1. Безразмерные переменные и критерии подобия

Запишем исходную задачу в безразмерном виде, учитывая, что в работе будет исследоваться устойчивость точного решения (1.5) относительно как плоских, так и пространственных возмущений. Выберем величины h_2 , ν_2/h_2 , $\rho_2\nu_2^2/h_2^2$ и ϑ^- в качестве масштаба длины, скорости, давления и температуры соответственно, и обозначим безразмерные независимые переменные как $\boldsymbol{\xi} = (\xi, \eta, \zeta) = (x/h_2, y/h_2, z/h_2)$, $\tau = \nu_2 t/h_2^2$. Для каждого физического параметра среды ω_j введём безразмерный аналог $\omega'_j = \omega_j/\omega_2$, где индекс $j = 1$ соответствует области $-h \leq \eta \leq 0$, $h = h_1/h_2$, а $j = 2$ — области $0 \leq \eta \leq 1$. Безразмерные аналоги коэффициентов Соре и Дюфура вводятся как $\alpha_C = \alpha_C/\vartheta^-$, $\alpha_T = \alpha_T\vartheta^-$ соответственно. Концентрация не нуждается в обезразмеривании, а безразмерные функции скорости $\mathbf{v}'_j$, температуры T'_j и давления p'_j задаются

следующими соотношениями:

$$\mathbf{v}_j = \frac{\nu_2}{h_2} \mathbf{v}'_j, \quad T_j = \vartheta^- T'_j, \quad p_j = \frac{\rho_2 \nu_2^2}{h_2^2} p'_j.$$

При указанном способе обезразмеривания в рассматриваемой задаче возникают следующие безразмерные параметры и критерии подобия:

$$\text{Gr} = \frac{g\beta_2\vartheta^- h_2^3}{\nu_2^2}, \quad \text{Pr} = \frac{\nu_2}{\chi_2}, \quad \text{Ga} = \frac{gh_2^3}{\nu_2^2}, \quad \text{Sc} = \frac{\nu_2}{D}, \quad \text{Ma} = \frac{\sigma_T Ah_2^2}{\nu_2^2 \rho_2},$$

$$\text{Q} = \frac{Ah_2}{\vartheta^-}, \quad \text{E} = \frac{LD\rho_2}{\kappa_2\vartheta^-}.$$

Здесь Gr, Pr, Ga, Sc, Ma — числа Грасгофа, Прандтля, Галилея, Шмидта и Марангони соответственно, Q — параметр тепловой нагрузки, E — параметр, характеризующий относительную интенсивность диффузионных процессов, вызванных присутствием пассивной компоненты, появляющейся за счёт испарения, и теплопроводности.

1.2.2. Уравнения малых возмущений и граничные условия

Обозначим через $\mathbf{V}'_j(\boldsymbol{\xi}, \tau) = (U'_j(\boldsymbol{\xi}, \tau), V'_j(\boldsymbol{\xi}, \tau), W'_j(\boldsymbol{\xi}, \tau)), P'_j(\boldsymbol{\xi}, \tau), \Theta'_j(\boldsymbol{\xi}, \tau), S'_j(\boldsymbol{\xi}, \tau))$ малые нестационарные пространственные возмущения скорости, давления, температуры в j -ом слое и концентрации пара в парогазовом слое соответственно. Линеаризация уравнений (1.1)–(1.4) вблизи стационарного решения (1.5) приводит к системе уравнений для малых возмущений, которая в безразмерных переменных принимает вид (далее в тексте «штрихи» для безразмерных функций и параметров опущены):

при $|\xi| < \infty$, $|\zeta| < \infty$, $-h < \eta < 0$ ($j = 1$)

$$U_{1\tau} + u_1 U_{1\xi} + u_{1\eta} V_1 = -\rho^{-1} P_{1\xi} + \nu(U_{1\xi\xi} + U_{1\eta\eta} + U_{1\zeta\zeta}),$$

$$V_{1\tau} + u_1 V_{1\xi} = -\rho^{-1} P_{1\eta} + \nu(V_{1\xi\xi} + V_{1\eta\eta} + V_{1\zeta\zeta}) + \text{Gr}\beta\Theta_1,$$

$$W_{1\tau} + u_1 W_{1\xi} = -\rho^{-1} P_{1\zeta} + \nu(W_{1\xi\xi} + W_{1\eta\eta} + W_{1\zeta\zeta}), \quad (1.22)$$

$$U_{1\xi} + V_{1\eta} + W_{1\zeta} = 0,$$

$$\Theta_{1\tau} + u_1 \Theta_{1\xi} + U_1 T_{1\xi} + V_1 T_{1\eta} = \chi \text{Pr}^{-1} (\Theta_{1\xi\xi} + \Theta_{1\eta\eta} + \Theta_{1\zeta\zeta}),$$

при $|\xi| < \infty$, $|\zeta| < \infty$, $0 < \eta < 1$ ($j = 2$)

$$U_{2\tau} + u_2 U_{2\xi} + u_{2\eta} V_2 = -P_{2\xi} + (U_{2\xi\xi} + U_{2\eta\eta} + U_{2\zeta\zeta}),$$

$$V_{2\tau} + u_2 V_{2\xi} = -P_{2\eta} + (V_{2\xi\xi} + V_{2\eta\eta} + V_{2\zeta\zeta}) + \text{Gr}\Theta_2 + \gamma\text{Ga}S,$$

$$W_{2\tau} + u_2 W_{2\xi} = -P_{2\zeta} + (W_{2\xi\xi} + W_{2\eta\eta} + W_{2\zeta\zeta}),$$

(1.23)

$$U_{2\xi} + V_{2\eta} + W_{2\zeta} = 0,$$

$$\Theta_{2\tau} + u_2 \Theta_{2\xi} + U_2 T_{2\xi} + V_2 T_{2\eta} = \text{Pr}^{-1} \left(\Theta_{2\xi\xi} + \Theta_{2\eta\eta} + \Theta_{2\zeta\zeta} + \alpha_C (S_{\xi\xi} + S_{\eta\eta} + S_{\zeta\zeta}) \right),$$

$$S_\tau + u_2 S_\xi + U_2 C_\xi + V_2 C_\eta = \text{Sc}^{-1} \left(S_{\xi\xi} + S_{\eta\eta} + S_{\zeta\zeta} + \alpha_T (\Theta_{2\xi\xi} + \Theta_{2\eta\eta} + \Theta_{2\zeta\zeta}) \right).$$

На внешних стенках и внутренней границе раздела функции возмущений должны удовлетворять следующим граничным условиям:

$$\eta = -h : \quad U_1 = 0, \quad V_1 = 0, \quad W_1 = 0, \quad \Theta_1 = 0; \quad (1.24)$$

$$\eta = 1 : \quad U_2 = 0, \quad V_2 = 0, \quad W_2 = 0, \quad \Theta_2 = 0, \quad S_\eta + \alpha_T \Theta_{2\eta} = 0; \quad (1.25)$$

$$\eta = 0 : \quad U_1 = U_2, \quad V_1 = V_2 = 0, \quad W_1 = W_2, \quad \Theta_1 = \Theta_2,$$

$$\kappa \Theta_{1\eta} - \Theta_{2\eta} - \alpha_C S_\eta = \text{E} (S_\eta + \alpha_T \Theta_{2\eta}),$$

$$P_1 - P_2 + 2V_{2\eta} - 2\rho\nu V_{1\eta} = 0, \quad (1.26)$$

$$U_{2\eta} + V_{2\xi} - \rho\nu (U_{1\eta} + V_{1\xi}) = \text{MaQ}^{-1} \Theta_{2\xi},$$

$$W_{2\eta} + V_{2\zeta} - \rho\nu (W_{1\eta} + V_{1\zeta}) = \text{MaQ}^{-1} \Theta_{2\zeta}.$$

Заметим, что последнее соотношение в (1.25) предполагает, что в качестве граничного условия для функции паросодержания в исходной постановке используется условие (1.11).

При выводе соотношений (1.26) считалось, что возмущения точного решения не вызывают возмущений поверхности раздела. Учёт деформации межфазной границы приводит к более сложным соотношениям на Γ :

$$\eta = 0 : \quad H_\tau^\Gamma + u_1 H_\xi^\Gamma = V_1, \quad V_1 = V_2, \quad W_1 = W_2,$$

$$U_1 - u_{1\eta} H^\Gamma = U_2 - u_{2\eta} H^\Gamma, \quad \Theta_1 - T_{1\eta} H^\Gamma = \Theta_2 - T_{2\eta} H^\Gamma,$$

$$\begin{aligned}
S - H^\Gamma C_\eta &= \varepsilon C_0 (\Theta_2 - H^\Gamma T_{2\eta}), \\
\kappa(\Theta_{1\eta} - T_{1\eta\eta} H^\Gamma + T_{1\xi} H_\xi^\Gamma) - \Theta_{2\eta} + T_{2\eta\eta} H^\Gamma - T_{2\xi} H_\xi^\Gamma - \alpha_C (S_\eta - C_{\eta\eta} H^\Gamma + C_\xi H_\xi^\Gamma) &= \\
= E[(S_\eta - C_{\eta\eta} H^\Gamma + C_\xi H_\xi^\Gamma) + \alpha_T (\Theta_{2\eta} - T_{2\eta\eta} H^\Gamma + T_{2\xi} H_\xi^\Gamma)], & \quad (1.27) \\
P_1 - P_2 + 2(V_{2\eta} + u_{2\eta} H_\xi^\Gamma) - 2\rho\nu(V_{1\eta} + u_{1\eta} H_\xi^\Gamma) &= \\
= (p_{1\eta} - p_{2\eta} + (\rho - 1)\text{Ga})H^\Gamma + \left(\text{We} - \text{MaQ}^{-1} T_2\right)(H_{\xi\xi}^\Gamma + H_{\zeta\zeta}^\Gamma), & \\
U_{2\eta} + V_{2\xi} - u_{2\eta\eta} H^\Gamma - \rho\nu(U_{1\eta} + V_{1\xi} - u_{1\eta\eta} H^\Gamma) &= \text{MaQ}^{-1} (\Theta_2 - T_{2\eta} H^\Gamma)_\xi, \\
W_{2\eta} + V_{2\zeta} - \rho\nu(W_{1\eta} + V_{1\zeta}) &= \text{MaQ}^{-1} (\Theta_2 - T_{2\eta} H^\Gamma)_\zeta.
\end{aligned}$$

Здесь $H^\Gamma(\tau, \xi, \zeta)$ — локальное отклонение поверхности раздела в направлении нормали, $\text{We} = \sigma_0 h_2 / (\rho_2 \nu_2^2)$ — число Вебера. Вывод условий (1.26) и (1.27) осуществлялся согласно [137].

Будем искать решение задачи (1.22)–(1.26) (или (1.22)–(1.25), (1.27)) в виде нормальных волн, полагая, что все функции возмущений пропорциональны $\exp[i(\alpha_x \xi + \alpha_z \zeta - \lambda \tau)]$. Здесь α_x, α_z — волновые числа вдоль осей ξ и ζ соответственно, $\lambda = \lambda_r + i\lambda_i$ — комплексный декремент, описывающий эволюцию возмущений во времени. Знак мнимой части λ_i показывает, затухают ($\lambda_i < 0$) или нарастают ($\lambda_i > 0$) возмущения со временем, вещественная часть λ_r задаёт частоту осцилляций. Границы устойчивости определяются из условия $\lambda_i = 0$.

Амплитуды нормальных возмущений $U_j(\eta), V_j(\eta), W_j(\eta), P(\eta), \Theta_j(\eta), S(\eta)$ являются решением следующей задачи («штрих» обозначает дифференцирование по переменной η):

$$\begin{aligned}
-h < \eta < 0: \quad (-i\lambda + i\alpha_x u_1) U_1 + u_1' V_1 &= -i\alpha_x \rho^{-1} P_1 + \nu (U_1'' - (\alpha_x^2 + \alpha_z^2) U_1), \\
(-i\lambda + i\alpha_x u_1) V_1 &= -\rho^{-1} P_1' + \nu (V_1'' - (\alpha_x^2 + \alpha_z^2) V_1) + \beta \text{Gr} \Theta_1, \\
(-i\lambda + i\alpha_x u_1) W_1 &= -i\alpha_z \rho^{-1} P_1 + \nu (W_1'' - (\alpha_x^2 + \alpha_z^2) W_1), \quad (1.28) \\
i\alpha_x U_1 + V_1' + i\alpha_z W_1 &= 0, \\
(-i\lambda + i\alpha_x u_1) \Theta_1 + U_1 T_{1\xi} + V_1 T_{1\eta} &= \chi \text{Pr}^{-1} (\Theta_1'' - (\alpha_x^2 + \alpha_z^2) \Theta_1),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
0 < \eta < 1 : \quad & (-i\lambda + i\alpha_x u_2) U_2 + u_2' V_2 = -i\alpha_x P_2 + (U_2'' - (\alpha_x^2 + \alpha_z^2) U_2), \\
& (-i\lambda + i\alpha_x u_2) V_2 = -P_2' + (V_2'' - (\alpha_x^2 + \alpha_z^2) V_2) + \text{Gr } \Theta_2 + \gamma \text{Ga } S, \\
& (-i\lambda + i\alpha_x u_2) W_2 = -i\alpha_z P_2 + (W_2'' - (\alpha_x^2 + \alpha_z^2) W_2), \\
& i\alpha_x U_2 + V_2' + i\alpha_z W_2 = 0, \\
& (-i\lambda + i\alpha_x u_2) \Theta_2 + U_2 T_{2\xi} + V_2 T_{2\eta} = \\
& = \text{Pr}^{-1} \left(\Theta_2'' - (\alpha_x^2 + \alpha_z^2) \Theta_2 + \alpha_C (S'' - (\alpha_x^2 + \alpha_z^2) S) \right), \\
& (-i\lambda + i\alpha_x u_2) S + U_2 C_\xi + V_2 C_\eta = \\
& = \text{Sc}^{-1} \left(S'' - (\alpha_x^2 + \alpha_z^2) S + \alpha_T (\Theta_2'' - (\alpha_x^2 + \alpha_z^2) \Theta_2) \right)
\end{aligned} \tag{1.29}$$

с граничными условиями на твёрдых стенках

$$\begin{aligned}
\eta = -h : \quad & U_1 = V_1 = W_1 = \Theta_1 = 0, \\
\eta = 1 : \quad & U_2 = V_2 = W_2 = \Theta_2 = S' + \alpha_T \Theta_2' = 0,
\end{aligned} \tag{1.30}$$

и границе раздела, остающейся недеформированной под действием возмущений

$$\begin{aligned}
\eta = 0 : \quad & U_1 = U_2, \quad V_1 = V_2 = 0, \quad W_1 = W_2, \quad \Theta_1 = \Theta_2 = \Theta, \\
& \kappa \Theta_1' - \Theta_2' - \alpha_C S' = \text{E}(S' + \alpha_T \Theta_2'), \quad P_1 - P_2 = 2(\nu \rho V_1' - V_2'), \\
& U_2' - \nu \rho U_1' + i\alpha_x (V_2 - \nu \rho V_1) = \text{MaQ}^{-1} i\alpha_x \Theta, \\
& W_2' - \nu \rho W_1' + i\alpha_z (V_2 - \nu \rho V_1) = \text{MaQ}^{-1} i\alpha_z \Theta.
\end{aligned} \tag{1.31}$$

Здесь Θ — общее значение возмущений температуры обеих сред на границе раздела Γ .

Полагая $H^\Gamma = H \cdot \exp[i(\alpha_x \xi + \alpha_z \zeta - \lambda \tau)]$, перепишем условия (1.27) для случая деформируемой межфазной границы в следующем виде:

$$\begin{aligned}
\eta = 0 : \quad & U_1 - U_2 = (u_1' - u_2') H, \quad V_1 = V_2 = H(i\alpha_x u_1 - i\lambda), \quad W_1 = W_2, \\
& \Theta_1 - \Theta_2 = (T_1' - T_2') H, \quad S - H C' = \varepsilon C_0 (\Theta_2 - H T_2'), \\
& P_1 - P_2 + 2(V_2' - \nu \rho V_1') = H[p_1' - p_2' + (\rho - 1) \text{Ga} +
\end{aligned}$$

$$+ 2i\alpha_x(\nu\rho u_1' - u_2') - (\alpha_x^2 + \alpha_z^2)(\text{We} - \text{MaQ}^{-1}T_2)], \quad (1.32)$$

$$\begin{aligned} U_2' - \nu\rho U_1' + i\alpha_x(V_2 - \nu\rho V_1) - \text{MaQ}^{-1}i\alpha_x\Theta_2 = \\ = H[u_2'' - \nu\rho u_1'' - \text{MaQ}^{-1}(T_{2\xi}' + i\alpha_x T_2')], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_2' - \nu\rho W_1' + i\alpha_z(V_2 - \nu\rho V_1) - \text{MaQ}^{-1}i\alpha_z\Theta_2 = -\text{MaQ}^{-1}i\alpha_z T_2' H, \\ \kappa\Theta_1' - \Theta_2' - \alpha_C S' - E(S' + \alpha_T \Theta_2') = H[\kappa T_1'' - T_2'' - \alpha_C C'' - E(C'' + \alpha_T T_2'') - \\ - i\alpha_x(\kappa T_{1\xi} - T_{2\xi} - \alpha_C C_\xi - E(C_\xi + \alpha_T T_{2\xi}))]. \end{aligned}$$

Задача (1.28)–(1.31) (или (1.28)–(1.30), (1.32) при учёте деформируемости межфазной границы) является спектральной относительно декремент λ , который здесь играет роль собственного числа. Для решения полученной спектральной задачи применяется метод ортогонализации Абрамова–Годунова [138, 139], который был модифицирован для расчётов в области с внутренней границей раздела.

Замечание 3. Выбранный вид функций возмущений накладывает ограничение на величины продольных градиентов A_1 и A_2 : они должны быть равны между собой [33], поэтому при решении задачи об устойчивости будем считать, что $A_1 = A_2 = A$.

Глава 2. ХАРАКТЕРИСТИКИ ДВУХФАЗНЫХ ТЕЧЕНИЙ С ИСПАРЕНИЕМ В ПЛОСКОМ КАНАЛЕ

Анализ характеристик течений с однородным испарением проводится на примере системы сред «HFE-7100 – азот». В случае неоднородного испарения, учитывая доступность экспериментальных данных для сравнения, в качестве рабочей рассматривается система «этанол – воздух». Жидкость HFE-7100 — сегрегированный диэлектрик, гидрофторэфир, использующийся в качестве теплоносителя благодаря комбинации таких свойств как экологичность, легкоиспаряемость и низкое поверхностное натяжение. Этанол — хорошо изученная доступная жидкость, широко применяемая в лабораторных экспериментах. Азот — химически инертный газ; именно это свойство позволяет исключить из рассмотрения гетерогенные процессы в газовой фазе и на межфазной поверхности. Значения физических параметров сред, используемые для расчётов, представлены в Приложении 3.

2.1. Влияние интенсивности гравитационного воздействия

2.1.1. Классификация типов основного течения

Одним из факторов, определяющих параметры конвективных режимов в двухфазной системе, является сила гравитации. Рассмотрим распределения основных характеристик двухслойного течения с испарением (продольной компоненты скорости u , температуры T и концентрации пара C) в горизонтальном слое, а также профили массовой скорости испарения M , отвечающие различным значениям ускорения свободного падения g . Считаем, что на внешних твёрдых стенках прикладывается равная тепловая нагрузка ($T_1|_{y=-h_1} = T_2|_{y=h_2}$) с одинаковым значением продольного градиента A и значениями $\vartheta^+ = \vartheta^- = 293.15$ K, расход газа полагается равным $R_g = R_0 = 9.6 \cdot 10^{-6}$ кг/(м·с), толщина парогазового слоя $h_2 = 5$ мм, если иное не оговаривается отдельно. Рассматриваются конфигурации с толщиной жидкого слоя h_1 от 2 до 6 мм. Учитывая выбранный способ обезразмеривания, числа Прандтля, Шмидта и параметр испарения остаются постоянными: $Pr = 0.5$, $Sc = 2.14$, $E = 0.11$.

Изменения g приводят к изменениям значений чисел Грасгофа и Галилея (при $g = g_0 = 9.81 \text{ м/с}^2$ $\text{Gr} = \text{Gr}_0 = 5863.44$, $\text{Ga} = \text{Ga}_0 = 5450$).

Поля скорости и температуры обеих сред и концентрации пара в газе в двухслойной системе с $h_1 = 3 \text{ мм}$, $A_1 = A_2 = A = 3 \text{ К/м}$ (соответствующее значение параметра тепловой нагрузки — $Q = 5.12 \cdot 10^{-5}$) в поле массовых сил различной интенсивности представлены на рисунке 2.

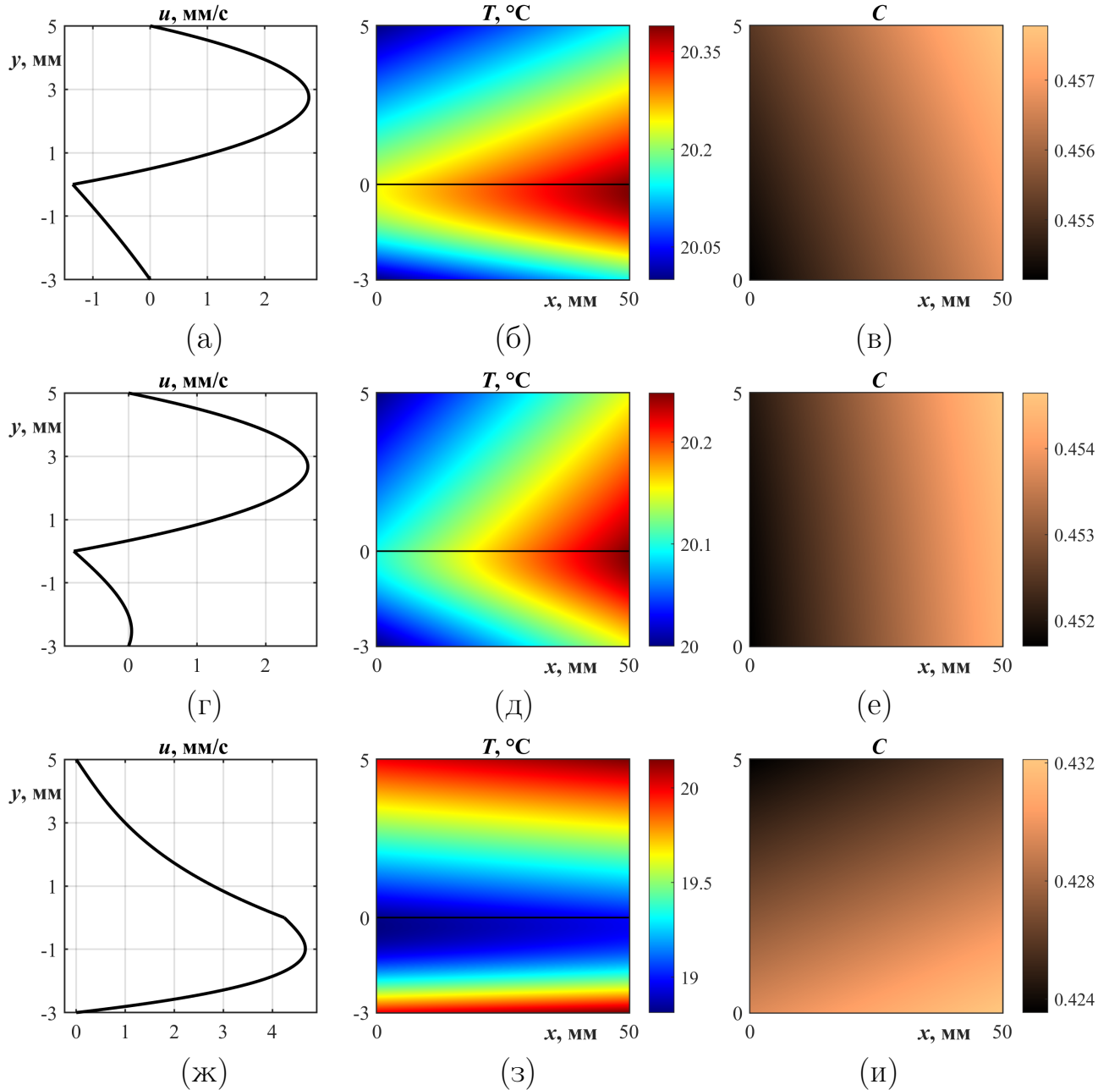


Рисунок 2 – Распределения продольной скорости $u(y)$, температуры $T(x, y)$ и концентрации пара $C(x, y)$ в системе с $h_1 = 3 \text{ мм}$, $A_1 = A_2 = 3 \text{ К/м}$: (а–в) — $g = g_0 \cdot 10^{-2}$; (г–е) — $g = g_0$; (ж–и) — $g = 10g_0$

В слабом и нормальном гравитационных полях в системах с $h_1 = 2$ и 3 мм формируются течения чисто термокапиллярного типа (согласно классификации типов двухслойных течений в системах с термокапиллярной границей раздела, предложенной Л. Наполитано в [140]). Этот режим характеризуется возникновением возвратного течения в нижнем слое, вызванного движением жидкости от горячего полюса к холодному под действием эффекта Марангони. Потери тепла за счёт испарения компенсируются притоком горячей жидкости, что приводит к образованию характерного термоклина с максимумом температуры на Г. В таких условиях в жидкой фазе формируется устойчивая температурная стратификация. В слабом гравитационном поле в жидкой фазе возникает чисто термокапиллярное течение, когда жидкость движется из области с высокой температурой в холодную зону по всей толщине нижнего слоя (рисунок 2 (а–в)). При нормальной гравитации течение в рассматриваемой системе сохраняет преимущественно термокапиллярный характер, однако внутри жидкого слоя могут возникать зоны противотока (рисунок 2 (г–е)). Следуя классификации Наполитано, такие течения являются течениями смешанного типа и возникают в условиях, при которых ни один из конкурирующих механизмов (эффект Марангони, силы плавучести и сдвиговые напряжения) не является доминирующим. С ростом g происходит существенная перестройка полей скорости и температуры. Силы гравитации подавляют действие сил Марангони, за счёт чего отсутствует перенос тепла, обеспечиваемый термокапиллярным эффектом, и в системе формируются течения пуазейлевского типа (рисунок 2 (ж–и)). При этом поверхность раздела охлаждается за счёт испарения. Такое взаимодействие факторов служит причиной неустойчивой температурной стратификации в жидком слое.

В слабом силовом поле неустойчивая температурная стратификация в верхнем слое приводит к тому, что под действием конвективного механизма «горячий» пар поднимается к верхней стенке и, следовательно, растёт пристеночная концентрация пара (рисунок 2 (в)). С ростом g молекулам труднее преодолеть действие межмолекулярных сил и перейти в газообразное состояние, поэтому с увеличением интенсивности гравитационного воздействия концентрация пара в газе падает. При гипергравитации в газопаровом слое формируется устойчивая температурная стратификация и максимальная концентрация пара наблюдается вблизи межфазной границы (рисунок 2 (и)).

2.1.2. Смена механизмов испарения

Скорость испарения существенным образом зависит от температуры поверхности жидкого слоя, которая, в свою очередь, определяется величиной температурного градиента A . Зависимости массовой скорости испарения M от величины A в гравитационных полях различной интенсивности представлены на рисунке 3. Профили 1, 2, 3 получены для системы с толщиной жидкого слоя $h_1 = 3$ мм при различных значениях g . Значения продольного градиента температуры A на границе раздела вычисляются с помощью формулы (A1.6) при $A_1 = 5$ К/м и значениях A_2 , меняющихся от -20 до 20 К/м. Рабочие диапазоны изменений A и Q , соответствующие таким изменениям A_2 , указаны в таблице 1.

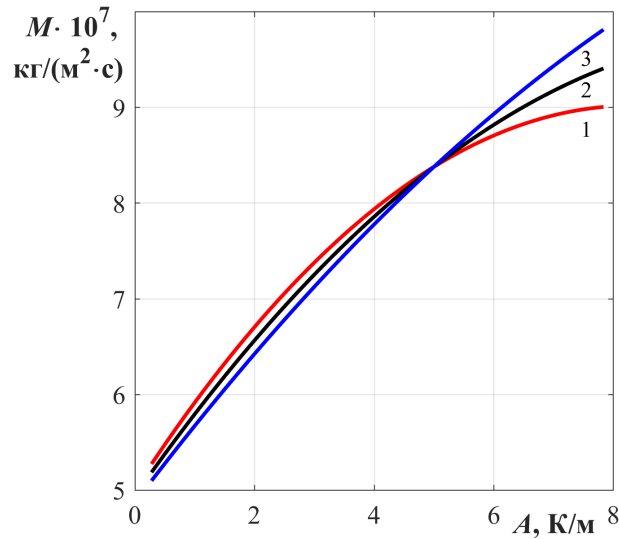


Рисунок 3 – Зависимость $M(A)$ в системе с $h_1 = 3$ мм: 1 — $g = g_0 \cdot 10^{-2}$, 2 — $g = g_0$, 3 — $g = 10g_0$

Таблица 1 – Диапазоны изменения поверхностного температурного градиента A и параметра тепловой нагрузки Q для различных значений h_1

h_1 , мм	A , К/м	Q
2	[1.64; 7.02]	$[2.8 \cdot 10^{-5}; 11.97 \cdot 10^{-5}]$
3	[0.28; 7.83]	$[4.7 \cdot 10^{-6}; 13.36 \cdot 10^{-5}]$
4	[-0.92; 8.55]	$[-1.58 \cdot 10^{-5}; 14.59 \cdot 10^{-5}]$
5	[-1.99; 9.19]	$[-3.39 \cdot 10^{-5}; 15.68 \cdot 10^{-5}]$
6	[-2.94; 9.77]	$[-5.02 \cdot 10^{-5}; 16.66 \cdot 10^{-5}]$

С повышением температуры межфазной границы растёт число молекул, кинетическая энергия которых выше средней. Поэтому увеличение A вызывает рост массовой скорости испарения. Подобный характер зависимости M от

тепловой нагрузки полностью подтверждается известными экспериментальными данными [53, 54]. Видно (см. рисунок 3), что существует такое критическое значение A , при котором происходит качественное изменение поведения M на противоположное. А именно, если $A < A_{cr}$, то гравитация подавляет испарение, т. е. при фиксированном A значение M при гипергравитации меньше, чем при нормальных условиях и при микрогравитации. В противном случае, если $A > A_{cr}$, увеличение гравитации приводит к росту скорости испарения. В частности, для системы с $h_1 = 3$ мм критическая величина $A_{cr} \approx 5$ К/м ($Q_{cr} \approx 8.5 \cdot 10^{-5}$). Этот эффект можно объяснить, исходя из следующих соображений. Известно, что чем ниже концентрация пара в потоке газа, тем быстрее проходит испарение [141]. Согласно полученным результатам, величина C уменьшается с ростом g , достаточно сравнить максимальные значения концентрации пара в газе на рисунке 2 (в, е, и). С увеличением интенсивности тепловой нагрузки разница между значениями C становится существенной, поэтому при достаточно больших A массовая скорость испарения M при гипергравитации становится больше, чем при микрогравитации. Таким образом, если $A < A_{cr}$, то тепловые эффекты играют определяющую роль (чем выше температура, тем быстрее жидкость испаряется) и, соответственно, кинетический механизм испарения становится определяющим. Если $A > A_{cr}$, то с ростом гравитации уменьшается концентрация пара в газопаровом слое и массовая скорость испарения увеличивается благодаря диффузионному механизму.

2.2. Зависимость типа течения от толщин слоёв

Поскольку термокапиллярный эффект проявляется по-разному в жидких слоях разной толщины и в силовых полях различной интенсивности [113], то с изменением h_1 происходит изменение баланса сил, что может приводить к перестройке всех характеристик конвективных режимов в рассматриваемой двухфазной системе. На рисунке 4 представлены распределения основных характеристик двухслойного течения с испарением в слабом силовом поле при $g = g_0 \cdot 10^{-1}$ ($Gr = Gr_0 \cdot 10^{-1}$, $Ga = Ga_0 \cdot 10^{-1}$) и $A_1 = A_2 = A = 3$ К/м в системах с разными толщинами жидкого слоя. В условиях пониженной гравитации термокапиллярный эффект является главным фактором, определяющим

структуру конвективного режима, так как во всём рассматриваемом диапазоне толщин h_1 наблюдаются течения термокапиллярного типа.

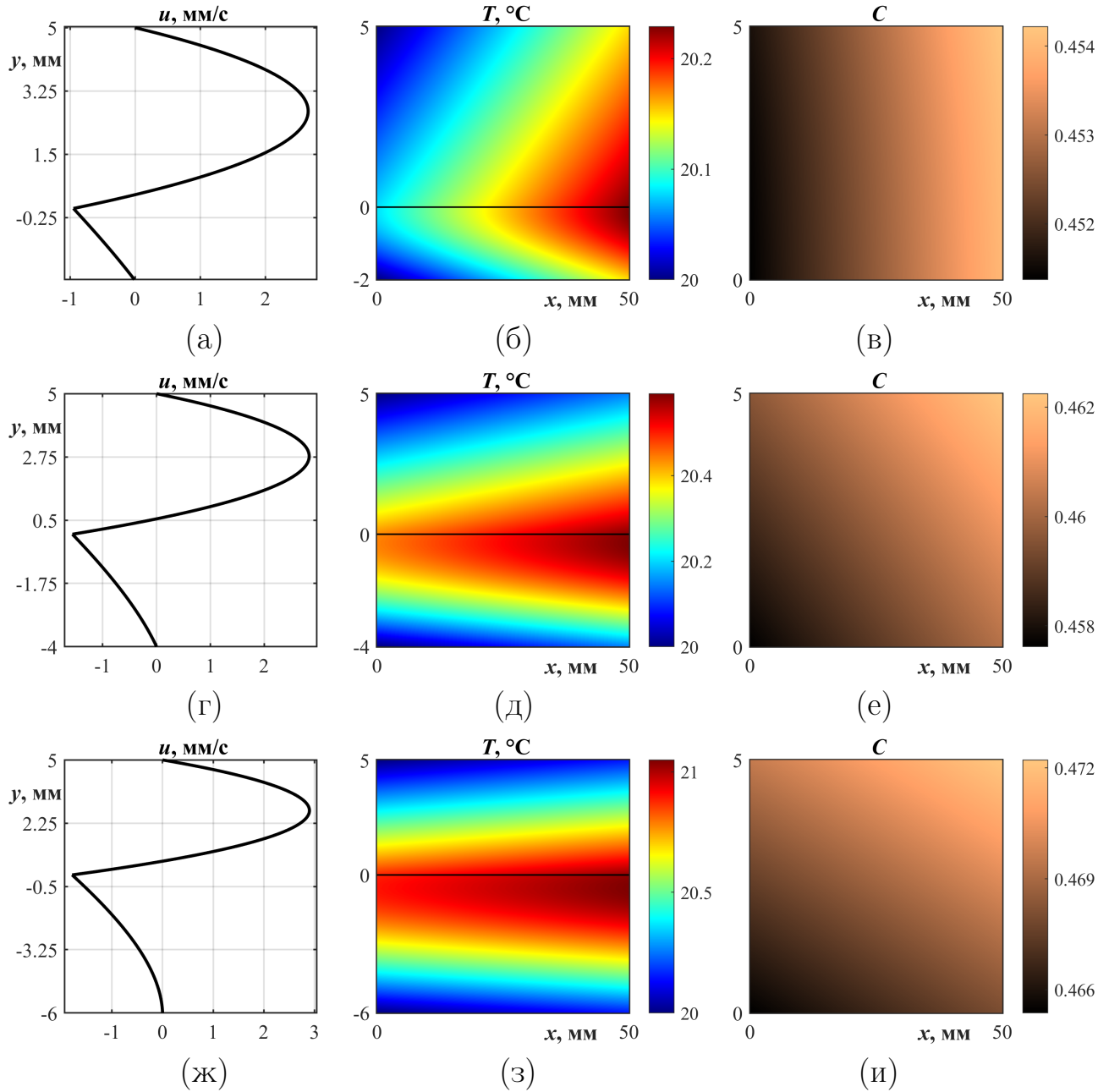


Рисунок 4 – Распределения продольной скорости $u(y)$, температуры $T(x, y)$ и концентрации пара $C(x, y)$ в системе с $A_1 = A_2 = 3$ К/м при $g = g_0 \cdot 10^{-1}$: (а–в) — $h_1 = 2$ мм; (г–е) — $h_1 = 4$ мм; (ж–и) — $h_1 = 6$ мм

Заметная перестройка всех характеристик двухфазных течений с изменением h_1 наблюдается в земных условиях (рисунок 5). При малых значениях h_1 в жидкости под влиянием термокапиллярного эффекта формируются чисто возвратные течения (рисунок 5(а)). Такое распределение скорости определяет характерную тепловую картину: вблизи поверхности раздела температура сред выше, чем у стенок (рисунок 5(б)). С увеличением

толщины жидкого слоя влияние термокапиллярного эффекта ослабевает, вблизи Γ возникает зона «расслоения» профиля скорости (рисунок 5 (г))

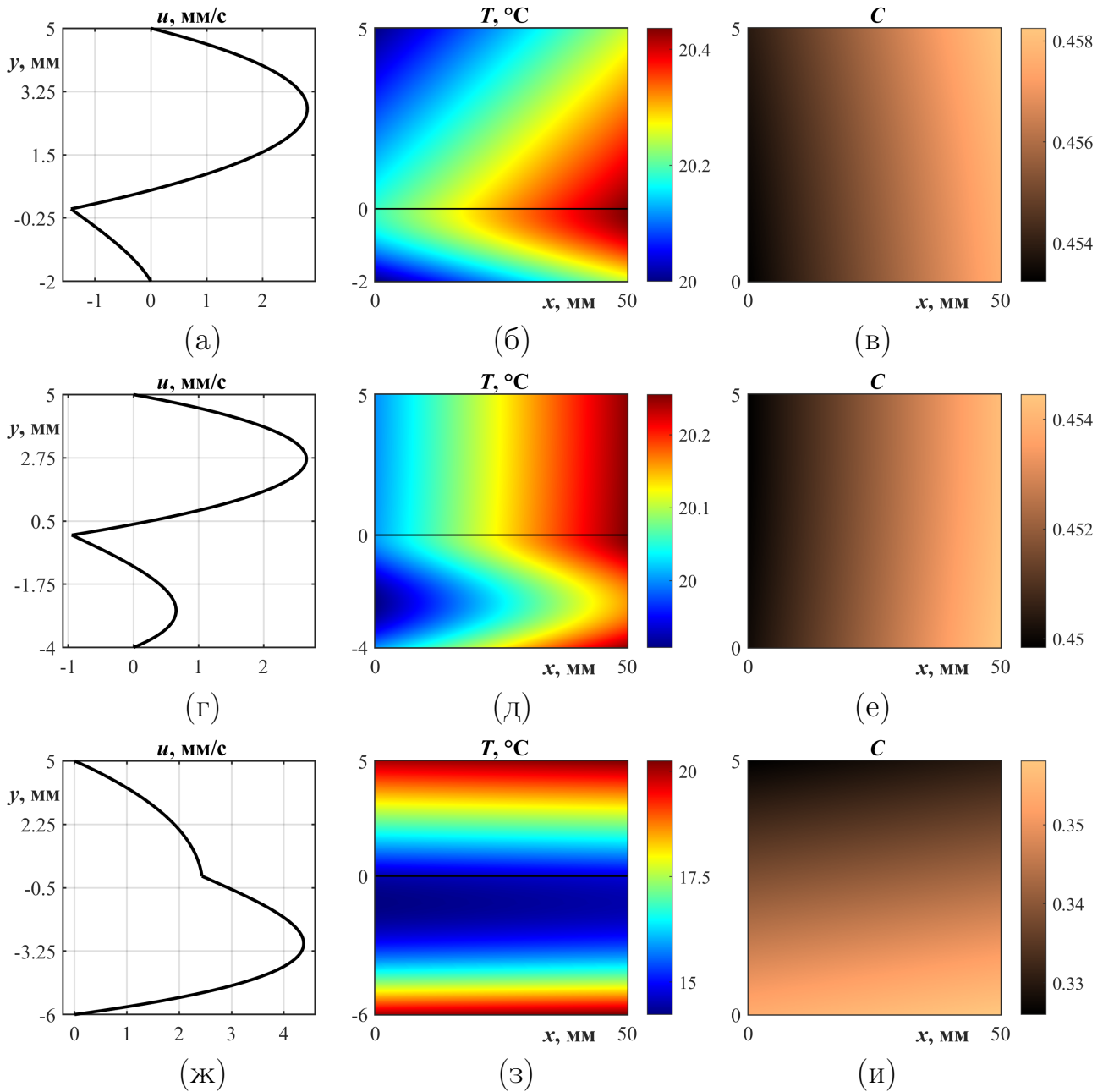


Рисунок 5 – Распределения продольной скорости $u(y)$, температуры $T(x, y)$ и концентрации пара $C(x, y)$ в системе с $A_1 = A_2 = 5$ К/м при $g = g_0$: (а–в) — $h_1 = 2$ мм; (г–е) — $h_1 = 4$ мм; (ж–и) — $h_1 = 6$ мм

и происходит перестройка теплового поля. В результате реализуется течение смешанного типа, для которого характерно присутствие холодного термоклина внутри жидкой фазы (рисунок 5 (д)), когда в нижней части жидкого слоя имеет место неустойчивая температурная стратификация, а приповерхностная зона стратифицирована устойчиво. Дальнейшее увеличение h_1 приводит к форми-

рованию пуазейлевского режима течения, когда в системе отсутствуют области с возвратным течением (рисунок 5 (ж)). Слабое влияние эффекта Марангони приводит к перестройке теплового поля: за счёт испарения температура вблизи поверхности раздела ниже, чем у внешних границ, на которых приложена положительная тепловая нагрузка (рисунок 5 (з)). Таким образом, определяющее влияние на структуру гидродинамического и теплового поля в системе имеет термокапиллярный эффект.

Изменение толщины парогазового слоя при фиксированном расходе R_g существенно влияет на профиль скорости в верхнем слое, так как справедлива оценка $R_g \sim h_2 \cdot u_2^{\max}$ (в силу определения величины R_g). Таким образом, если расход R_g фиксирован и h_2 уменьшается, то $u_2^{\max}$ растёт, что даже в случае малых h_1 может привести к смене типа течения с чисто термокапиллярного на смешанный (сдвиговые напряжения, индуцируемые потоком газа, доминируют над силами Марангони, см. рисунок 6 (а)). В случае когда толщина жидкого слоя сравнима с толщиной газового, в системе может сохраняться смешанный тип течения, либо, что характерно для больших толщин h_1 , реализуется пуазейлевский тип течения. В последнем случае распределения температуры и концентрации не претерпевают качественных изменений, наблюдаются только количественные вариации значений функций T_j и C (рисунок 7).

Следует отметить, что решение (1.5) неадекватно описывает испарительную конвекцию в системе с достаточно большой толщиной жидкого слоя, находящейся в условиях повышенной гравитации. Для рабочих сред «HFE-7100 – азот» изучаемое точное решение предсказывает нефизичные значения функции концентрации пара и нетипичные перепады температуры в каналах с толщиной жидкого слоя $h_1 = 4, 5, 6$ мм. Этот результат подтверждается выводом о границах применимости решения типа решения ОБ, сделанным в [72].

В случае когда $A_1 \neq A_2$, изменения h_1 приводят к изменению значений A (см. формулу (A1.6)) и, следовательно, значений параметра тепловой нагрузки Q . Зависимости массовой скорости испарения M от поверхностного температурного градиента A для систем с разной толщиной жидкого слоя при $g = g_0$ представлены на рисунке 8. Как и ранее, профили $M(A)$ получены для случая различной тепловой нагрузки, приложенной на твёрдых стенках. Значения продольного градиента температуры A на Γ вычисляются согласно формуле (A1.6) при $A_1 = 5$ К/м и A_2 , меняющемся от -20 до 20 К/м. Соответствующие диа-

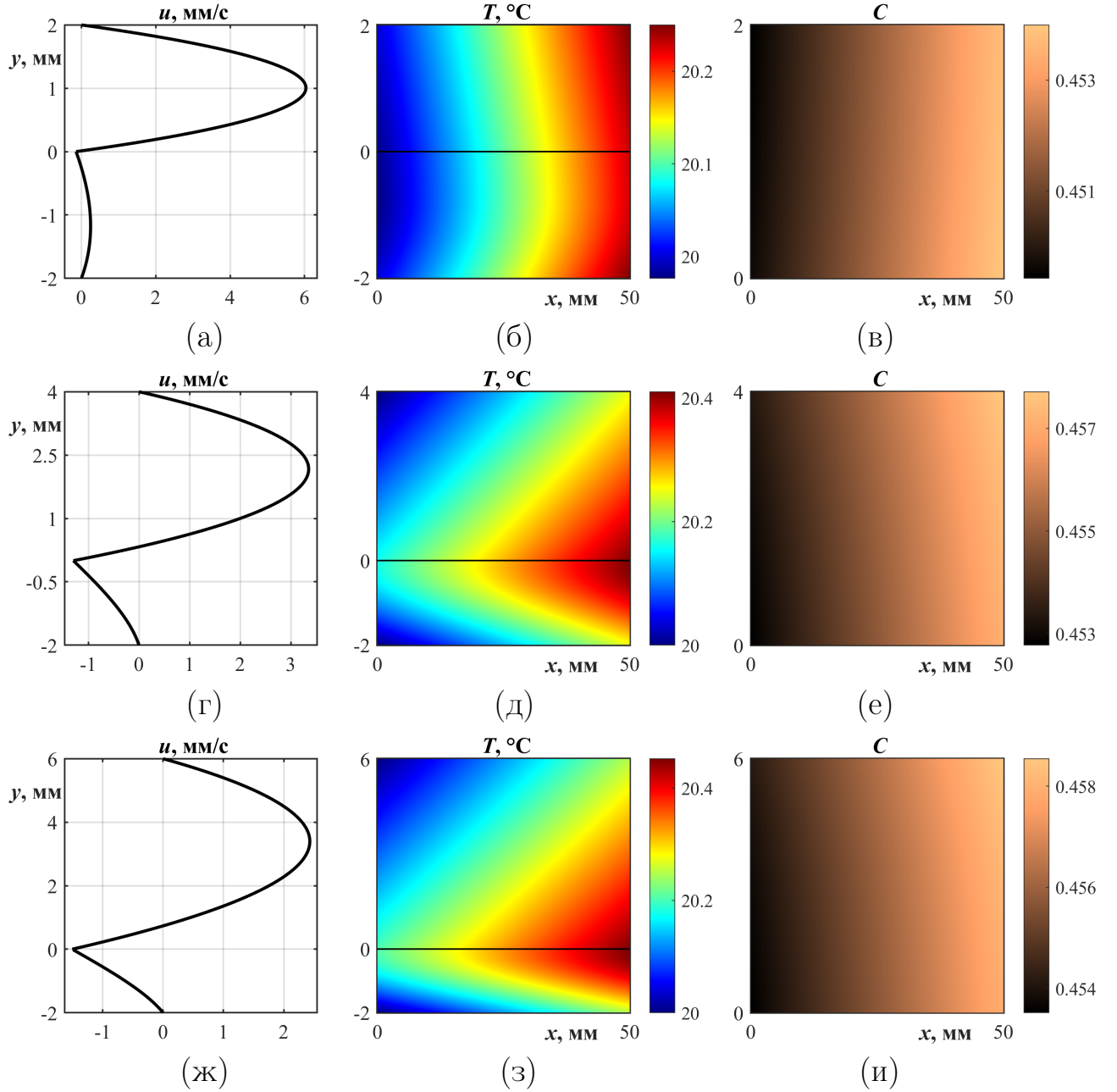


Рисунок 6 – Распределения продольной скорости $u(y)$, температуры $T(x, y)$ и концентрации пара $C(x, y)$ в системе с $A_1 = A_2 = 5$ К/м при $g = g_0$, $h_1 = 2$ мм: (а–в) — $h_2 = 2$ мм; (г–е) — $h_2 = 4$ мм; (ж–и) — $h_2 = 6$ мм

пазоны изменения A и Q для разных толщин жидкого слоя h_1 представлены в таблице 1.

Наблюдаются качественные изменения процесса массопереноса с увеличением толщины жидкого слоя. При $h_1 = 2$ и 4 мм в указанном диапазоне изменений величины A происходит только испарение ($M > 0$, кривые 1 и 2 на рисунке 8). При $h_1 = 6$ мм в некотором диапазоне изменений A величина M может принимать отрицательные значения (кривая 3 на рисунке 8), что трак-

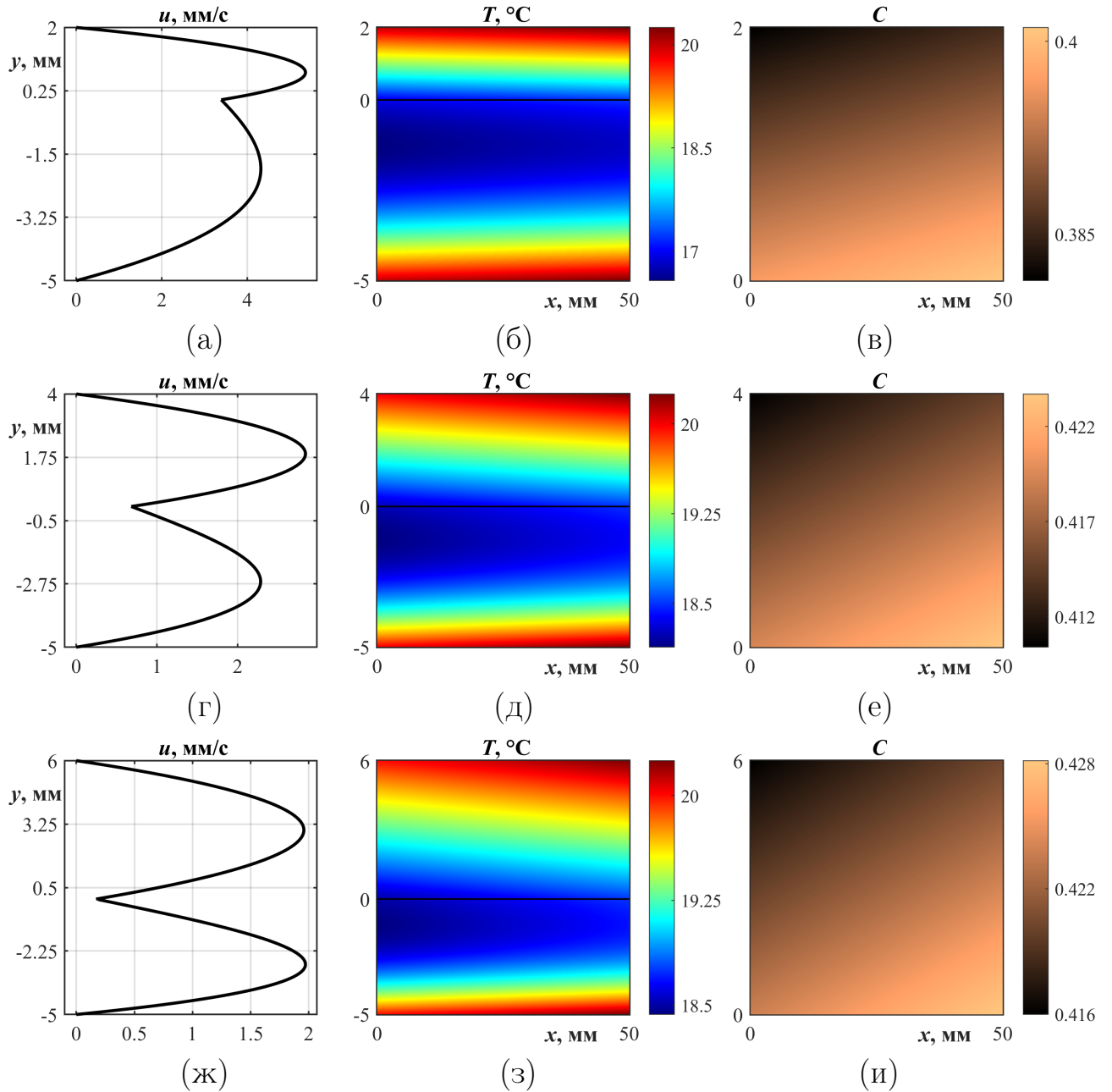


Рисунок 7 – Распределения продольной скорости $u(y)$, температуры $T(x, y)$ и концентрации пара $C(x, y)$ в системе с $A_1 = A_2 = 5$ К/м при $g = g_0$, $h_1 = 5$ мм: (а–в) — $h_2 = 2$ мм; (г–е) — $h_2 = 4$ мм; (ж–и) — $h_2 = 6$ мм

туется как конденсация пара (см. предположение (iii) в п. 1.1.1). Таким образом, при одинаковых условиях, а именно при одних и тех же тепловой нагрузке и гравитационном воздействии, в системах с различными толщинами жидкого слоя режимы фазового перехода могут меняться. В некотором диапазоне изменений A с увеличением h_1 массовая скорость испарения M значительно снижается. Подобный характер зависимости M от толщины жидкого слоя подтверждается экспериментальными данными [53]: было установлено, что при фикс-

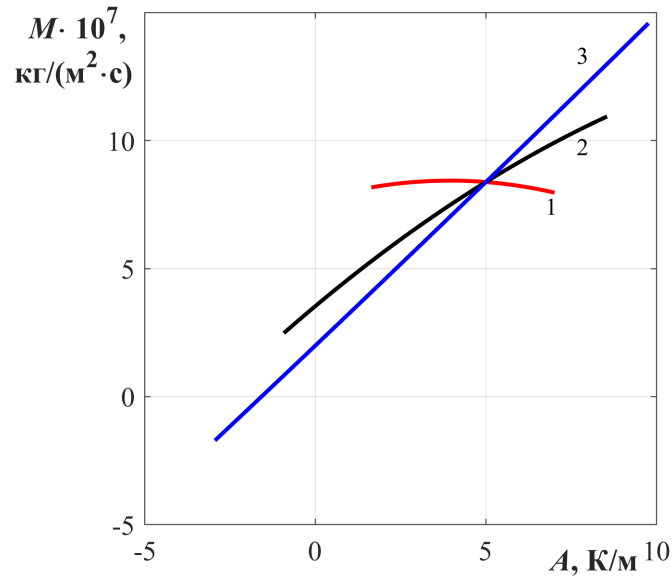


Рисунок 8 – Зависимость $M(A)$ в системе с $h_2 = 5$ мм при $g = g_0$: 1 — $h_1 = 2$ мм, 2 — $h_1 = 4$ мм, 3 — $h_1 = 6$ мм

сированной тепловой нагрузке существует локальный максимум величины M , который достигается при некотором значении h_1 . Можно видеть, что для системы с $h_1 = 2$ мм при $g = g_0$ локальный максимум реализуется при $A = 3.93$ К/м ($Q = 6.7 \cdot 10^{-5}$). При указанных условиях (с данными A , g и h_1) пар становится насыщенным и скорость испарения падает. С увеличением тепловой нагрузки локальный максимум M достигается при больших значениях h_1 . Если толщина жидкого слоя уменьшается, то его объёмная энергия тоже уменьшается, но поверхностная энергия, которая аксиоматически отождествляется с коэффициентом поверхностного натяжения $\sigma(T)$, становится основным определяющим фактором. Это приводит к тому, что молекулы в пределах поверхностного слоя сильнее притягиваются друг к другу и силы поверхностного натяжения становятся более интенсивными. Эти силы совершают положительную работу по переносу молекул из объёмной фазы в поверхностную, поэтому тонкий жидкий слой испаряется легче и быстрее, чем слой с большей толщиной. Таким образом, зависимости $M(A)$, полученные с помощью точного решения (1.5), являются физически правдоподобными.

Замечание 4. Подобные рассуждения справедливы для рассматриваемых толщин h_1 и не распространяются на случай ультратонких плёнок, где имеет место конкуренция большего числа факторов (вязких эффектов, вандерваальсовых, гравитационных и поверхностных сил).

2.3. Вклад термодиффузионного эффекта

Обсудим качественное влияние прямого и обратного термодиффузионных эффектов на основные характеристики течений, которые определяются с помощью решения (1.5).

В рассматриваемой задаче термодиффузия (эффект Соре) учитывается как в определяющих уравнениях (см. (1.4)), так и в граничных условиях (см. (1.11), (1.17)). Оценим вклад этого эффекта в формирование структуры полей температуры парогазовой смеси и концентрации пара на примере системы сред «HFE-7100 – азот» при различных граничных режимах для функции концентрации пара. По-прежнему считаем, что $g = g_0$, $R_g = R_0$, и на внешних твёрдых стенках приложена равная тепловая нагрузка ($T_1|_{y=-h_1} = T_2|_{y=h_2}$) с общим продольным градиентом A и значениями $\vartheta^+ = \vartheta^- = 293.15$ К. Максимальные относительные изменения в значениях концентрации, которые возникают при использовании условий (1.11) и (1.12), когда $\alpha_T = 5 \cdot 10^{-3}$ К $^{-1}$, а продольный градиент температуры A меняется от 1 до 10 К/м, отражены в таблице 2. Представлены относительные отклонения значений концентрации (ΔC), полученные при использовании полного условия (1.11), от соответствующих значений, вычисленных в случае, когда задаётся упрощённое условие (1.12) (перепады температуры при этом не превосходят десятой доли процента для всех рассмотренных конфигураций). Видно, что при малых значениях A и малых толщинах жидкого слоя h_1 учёт эффекта Соре в граничном условии приводит к незначительным изменениям в распределении концентрации (не более 1 %). Очень слабо влияет на вариации концентрации изменение толщины парогазового слоя h_2 . С ростом толщины жидкого слоя и интенсивности тепловой нагрузки влияние эффекта Соре становится значительным — изменения в характеристиках паросодержания могут превышать 5 %.

Оказалось, что учёт эффекта Соре даёт возможность рассматривать границу раздела в качестве термокапиллярной поверхности, как и в случае классической постановки задачи о двухслойном течении жидкости без массопереноса через межфазную границу. При условии нулевого потока пара на верхней стенке канала (1.11), учитывая вклад эффекта Соре, можно осуществить моделирование двухслойных течений при заданном, одинаковом для всех границ системы, продольном градиенте температуры $A = A_1 = A_2$. В общем случае за-

дание любых двух граничных продольных градиентов температуры продиктует значения третьего градиента, а также коэффициентов b_1 , b_2 , тем самым определив и продольный градиент концентрации пара. Анализ возможных способов управления течениями посредством граничных условий в зависимости от учёта эффекта Соре при безусловном присутствии эффекта Дюфура представлен в таблице 3.

Таблица 2 – Максимальные относительные отклонения значений концентрации ΔC , % при различных толщинах слоёв и интенсивности тепловой нагрузки

A , К/м	$h_1 = 2$ мм, $h_2 = 5$ мм	$h_1 = 5$ мм, $h_2 = 5$ мм	h_1 , мм	$A = 5$ К/м, $h_2 = 5$ мм
1	$2.6 \cdot 10^{-3}$	-0.14	2	0.2
2	$2.4 \cdot 10^{-2}$	-0.40	3	0.36
3	$6.4 \cdot 10^{-2}$	-0.77	4	$1.4 \cdot 10^{-3}$
4	$1.2 \cdot 10^{-1}$	-1.26	5	-1.88
5	0.2	-1.88	6	-7.8
	$h_1 = 2$ мм, $h_2 = 5$ мм	$h_1 = 5$ мм, $h_2 = 5$ мм	h_2 , мм	$A = 5$ К/м, $h_1 = 5$ мм
6	0.29	-2.65	2	-3.84
7	0.41	-3.6	3	-2.58
8	0.54	-4.73	4	-2.1
9	0.69	-6.11	5	-1.88
10	0.85	-7.77	6	-1.77

Таблица 3 – Анализ влияния эффекта Соре на параметры решения через граничный режим для функции концентрации пара

	Течение 1: Условие (1.11), $\alpha_T \neq 0$	Течение 2: Условие (1.12), $\alpha_T = 0$
A_1	задан (два из трёх градиентов A, A_1, A_2 могут быть заданы и равны)	задан
A_2	задан (два из трёх градиентов A, A_1, A_2 могут быть заданы и равны)	задан
A	вычисляется по формуле (A1.6) (два из трёх градиентов A, A_1, A_2 могут быть заданы и равны)	вычисляется по формуле (A1.6) с $\alpha_T = 0$
b_1	$b_1 = C_0 \varepsilon A$	$b_1 = C_0 \varepsilon A$
b_2	$b_2 = -\alpha_T \frac{A_2 - A}{h_2}$	$b_2 = 0$

Анализ распределений функций T_j и C показывает, что наиболее существенный вклад эффект Соре вносит в изменения тепловых характеристик вблизи поверхности раздела (рисунок 9 (а)), а концентрационных — у верхней границы (рисунок 9 (б)). Заметим, что эффект термодиффузии может оказывать существенное влияние на качественную картину течений. Непосредственно

из анализа точного решения (1.5) следует, что при $\alpha_T = 0$ справедлива зависимость между массовой скоростью испарения M и величиной теплового градиента A на поверхности раздела вида $M = C_0 \varepsilon A R_g$. Расчёты показывают, что в случае, когда $\alpha_T \neq 0$ и $A_1 \neq A_2$, прямая пропорциональная зависимость между M и A не имеет места (см. рисунок 10). Более того, в некотором диапазоне значений продольных градиентов температур в отсутствие эффекта Соре ($\alpha_T = 0$) решение (1.5) описывает режим с испарением ($M > 0$), тогда как при $\alpha_T \neq 0$ расчётное значение $M < 0$. Так, в системе «HFE-7100 – азот» с $A_1 = -1.8$ К/м, $A_2 = 5$ К/м, $A = 0.101$ К/м при $\alpha_T = 0$ массовая скорость испарения $M = 1.6991 \cdot 10^{-8}$ кг/(м²·с), а при $\alpha_T = 5 \cdot 10^{-3}$ К⁻¹ имеем $M = -9.8819 \cdot 10^{-8}$ кг/(м²·с).

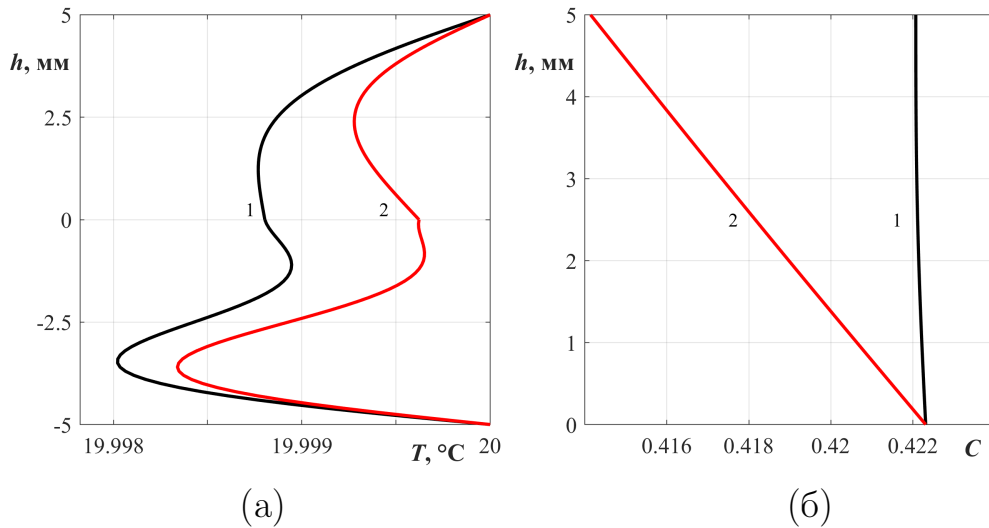


Рисунок 9 – Профили температуры (а) и концентрации (б) в сечении $x = 0$ при $h_1 = h_2 = 5$ мм, $A_2 = 5$ К/м с $\alpha_T = 0$ (кривые 1) и $\alpha_T = 5 \cdot 10^{-3}$ К⁻¹ (кривые 2): (а) — $A_1 = -1.8$ К/м; (б) — $A_1 = 5$ К/м

Полученные результаты позволяют утверждать, что эффект Соре может приводить к изменению количественной и качественной картины течения и представляет один из возможных механизмов управления структурой течения с помощью граничного теплового режима на стенках канала (за счёт поддержания распределений (1.7), (1.8) с заданными градиентами A_j) при согласовании значений ряда параметров задачи. Таким образом, вопрос об учёте эффекта Соре в граничном условии (1.11) и в уравнении (1.4) требует предварительного дополнительного анализа для каждой конкретной пары сред. При этом следует принимать во внимание геометрические параметры системы (толщины рабочих сред) и диапазон внешних тепловых нагрузок (характеризуются величинами A_1

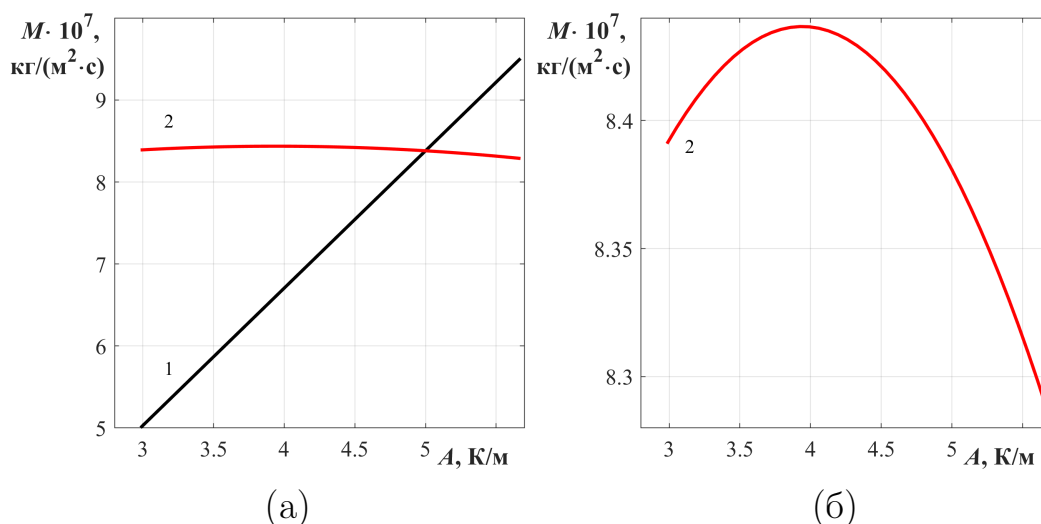


Рисунок 10 – Зависимость $M(A)$: 1 — $\alpha_T = 0 \text{ К}^{-1}$; 2 — $\alpha_T = 5 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$. На рисунке (б) кривая 2 представлена в увеличенном масштабе

и A_2), для которых рассматриваются процессы испарительной конвекции. Кроме того, для значений продольных градиентов температуры возникают ограничения, связанные с сохранением физических значений концентраций пара в газе, в частности, таких, которые гарантируют корректное использование уравнения (1.4).

Отметим работу [96], в которой проведено сравнение тепловых, концентрационных характеристик и данных по массовой скорости испарения, полученных на основе точного решения (1.5), с результатами экспериментов, указывающее на их согласование. Принимая это во внимание, а также установленный в данной работе характер качественного влияния термодиффузионного эффекта, можно заключить следующее: при моделировании конвективных течений с испарением в системе сред «HFE-7100–азот» вклад эффекта Соре **следует** учитывать для более точного описания параметров возникающих режимов теплопереноса.

Замечание 5. Поскольку параметр α_T входит в рассматриваемую задачу регулярным образом, в [33] удалось доказать предельный переход решения (1.5), полученного с учётом эффекта Соре, в решение, построенное в отсутствие эффекта термодиффузии, при $\alpha_T \rightarrow 0$.

2.4. Влияние внешней тепловой нагрузки

2.4.1. Температурный градиент на межфазной границе

Оценку качественного влияния величины теплового градиента A на основные характеристики течения в газовом слое можно провести аналогично [72]. Исключая давление из уравнений движения (1.1), получим $u_2 \sim \sim gh_2^3(\beta_2 T_{2x} + \gamma C_x)/\nu_2$ (при этом учтено, что значения скорости, температуры и концентрации по толщине слоя изменяются на расстоянии порядка h_2 , так что $\partial/\partial y \sim 1/h_2$). Поскольку $\partial T_2/\partial x \sim A$, $\partial C/\partial x \sim b_1 = C_0 \varepsilon A$ (см. таблицу 3), то $u_2 \sim gh_2^3 A(\beta_2 + \gamma \varepsilon C_0)/\nu_2$. Отметим, что величины β_2 , $\gamma \varepsilon C_0$ имеют один и тот же порядок и, следовательно, в равной степени дают вклад в формирование поля скорости в парогазовой смеси. При этом $u_j \sim A$, что подтверждается численными расчётами (рисунок 11 (а)). Далее, из уравнения энергии (1.3) следует, что $u_2 A \sim (\chi_2 T_2 + \chi_2 \alpha_C C)/h_2^2$. Учитывая малость параметра Дюфура, можно записать $T_2 \sim h_2^2 u_2 A/\chi_2$, откуда $T_2 \sim A^2$ (рисунок 11 (б)). В силу уравнения диффузии (1.4) справедливо $u_2 C_0 \varepsilon A \sim (DC + \alpha_T DT_2)/h_2^2$, и, следовательно, принимая во внимание характер поведения u_2 и T_2 , имеем $C \sim A^2$ (рисунок 11 (в)). На рисунке 11 приведены зависимости основных характеристик системы «HFE-7100 – азот» от величины продольного градиента температуры A на поверхности раздела при $h_1 = h_2 = 5$ мм, $R_g = R_0$ и условии (1.11). Значения скорости, температуры и концентрации вычислялись в трёх фиксированных сечениях $y = \text{const}$.

Продольный градиент температуры, который характеризуется величиной A , является одним из главных факторов, определяющих структуру возникающих режимов течения. Именно A «управляет» интенсивностью термокапиллярного эффекта, который формирует тепловую и топологическую картину течений. Изменение величины A (в случае как равных, так и различных продольных градиентов A_j) приводит к последовательному переходу от чисто термокапиллярных режимов к смешанным и затем к пуазейлевским (или наоборот, в зависимости от знака A).

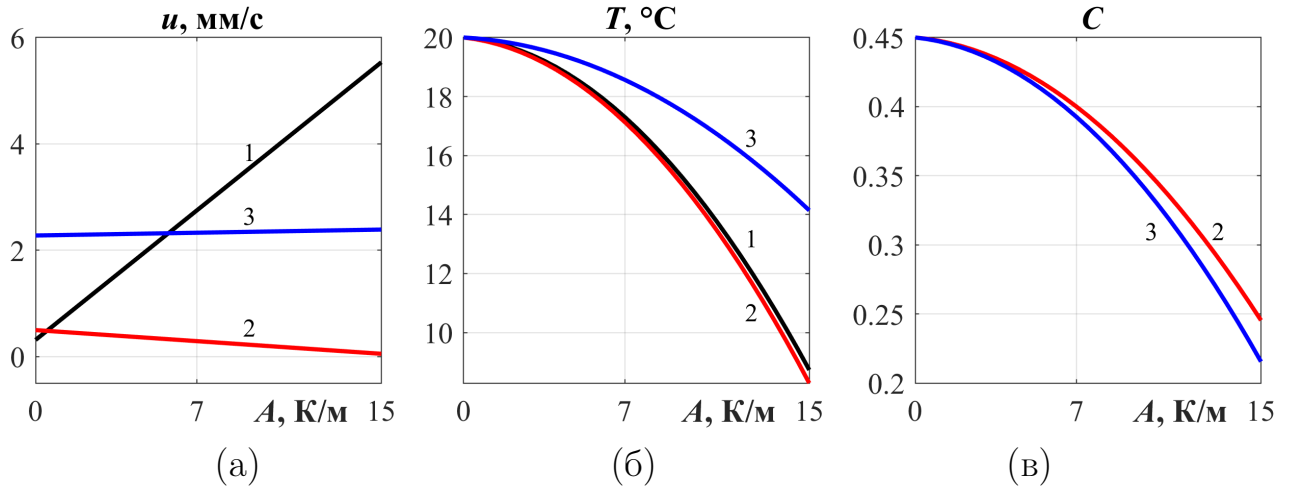


Рисунок 11 – Зависимость скорости (а), температуры (б) и концентрации (в) в системе «HFE-7100–азот» от величины продольного градиента температуры A ($A_1 = A_2 = A$) в сечениях $y = -2.5$ мм (кривые 1), $y = 0$ мм (кривые 2), $y = 2.5$ мм (кривые 3)

2.4.2. Структура течений при ненулевом поперечном перепаде температур

В условиях когда на внешних границах канала приложена тепловая нагрузка с различными ϑ^- и ϑ^+ (см. (1.7), (1.8)), в системе дополнительно возникает ненулевой поперечный перепад температур $\vartheta_* = \vartheta^- - \vartheta^+$. При $A_1 = A_2 = A$ о распределении температуры в канале можно судить по знаку параметра ϑ_* : если $\vartheta_* > 0$ ($\vartheta_* < 0$) двухслойная жидкость стратифицирована неустойчиво (в системе формируется потенциально устойчивая температурная стратификация). При $A_1 \neq A_2$ и $\vartheta_* \neq 0$ тепловое поле характеризуется таким градиентом A_ϑ , который в общем случае является неоднородным; в системе могут возникать конфигурации со слоистой стратификацией температуры в поперечном направлении либо тепловые поля с термоклин (как горячим, так и холодным, в зависимости от значений A_j , A , ϑ^+ и ϑ^-), см. рисунок 12.

Отметим, что константы, определяющие функцию скорости, не зависят от величин ϑ^+ и ϑ^- (см. Приложение 1), а значит, наличие ненулевого поперечного перепада температур не приводит к перестройке поля скорости и, следовательно, к формированию топологически новых типов течений. Однако изменения в характере температурной стратификации в случае $\vartheta_* \neq 0$ могут существенно влиять на пороговые характеристики устойчивости рассматриваемой системы.

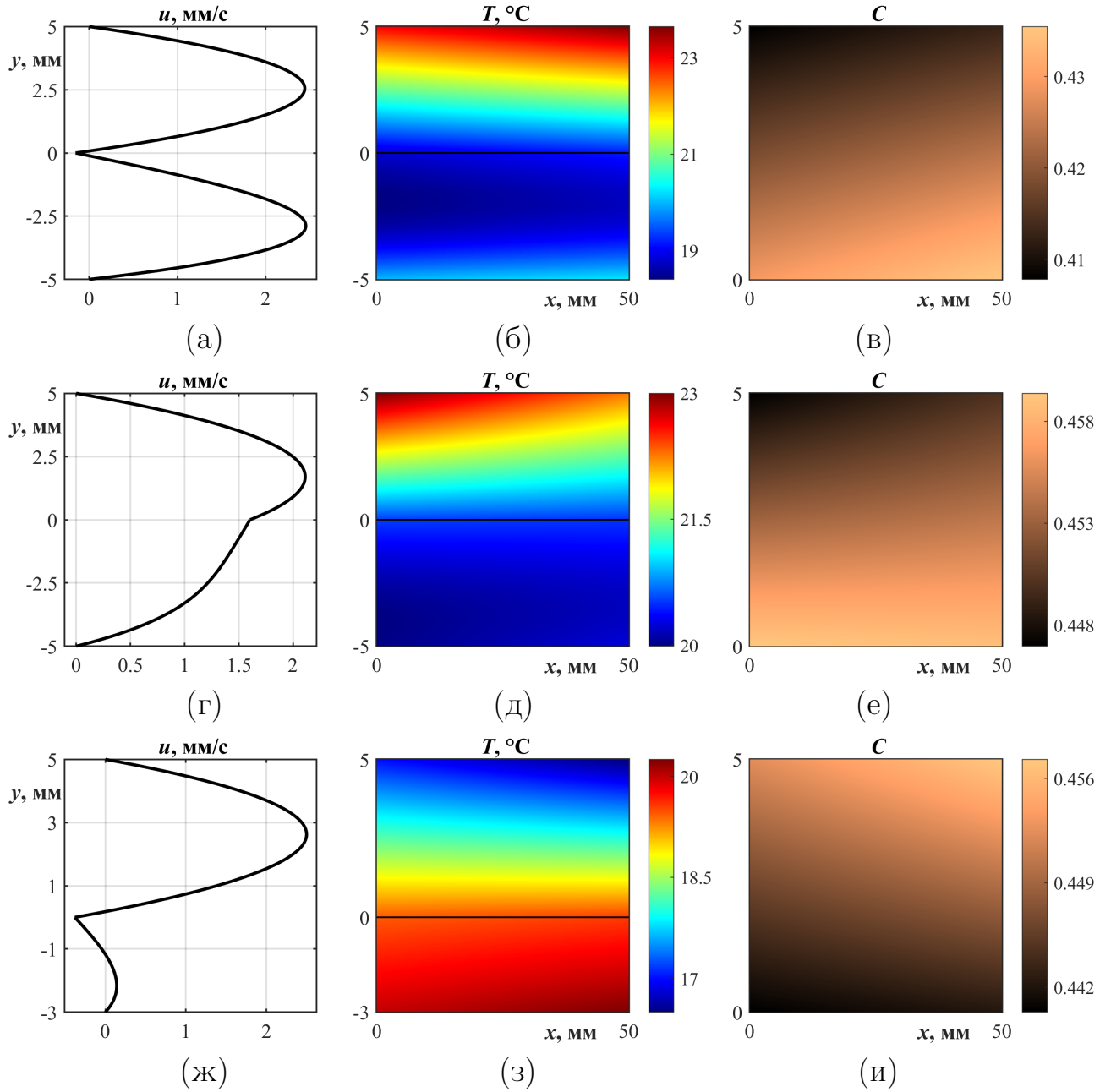


Рисунок 12 – Распределения продольной скорости $u(y)$, температуры $T(x, y)$ и концентрации пара $C(x, y)$ в системе с ненулевым поперечным перепадом температур при $A_1 = 5$ K/м: (а–в) — режим с термоклином, $h_1 = 5$ мм, $A_2 = 13$ K/м, $A = 7.237$ K/м, $\vartheta_* = -3$ K; (г–е) — режим с устойчивой температурной стратификацией, $h_1 = 5$ мм, $A_2 = -15$ K/м, $A = -0.592$ K/м, $\vartheta_* = -3$ K; (ж–и) — режим с неустойчивой температурной стратификацией, $h_1 = 3$ мм, $A_2 = -10$ K/м, $A = 2.167$ K/м, $\vartheta_* = 3$ K

2.4.3. Влияние граничного теплового режима

Все входящие в решение (1.5) неизвестные константы удастся однозначно определить и в случае, если вместо линейного распределения температуры (1.8) на верхней стенке канала требовать выполнения условия теплоизоляции (1.10).

Такая постановка задачи имеет ряд особенностей. Во-первых, при реализации условия (1.10) автоматически снимается вопрос о необходимости учёта эффекта Соре на верхней границе, и во-вторых, задание величины теплового градиента A_1 на нижней стенке сразу определяет соответствующую величину на поверхности раздела: $A = A_1$ (см. случай **РII** в Приложении 1).

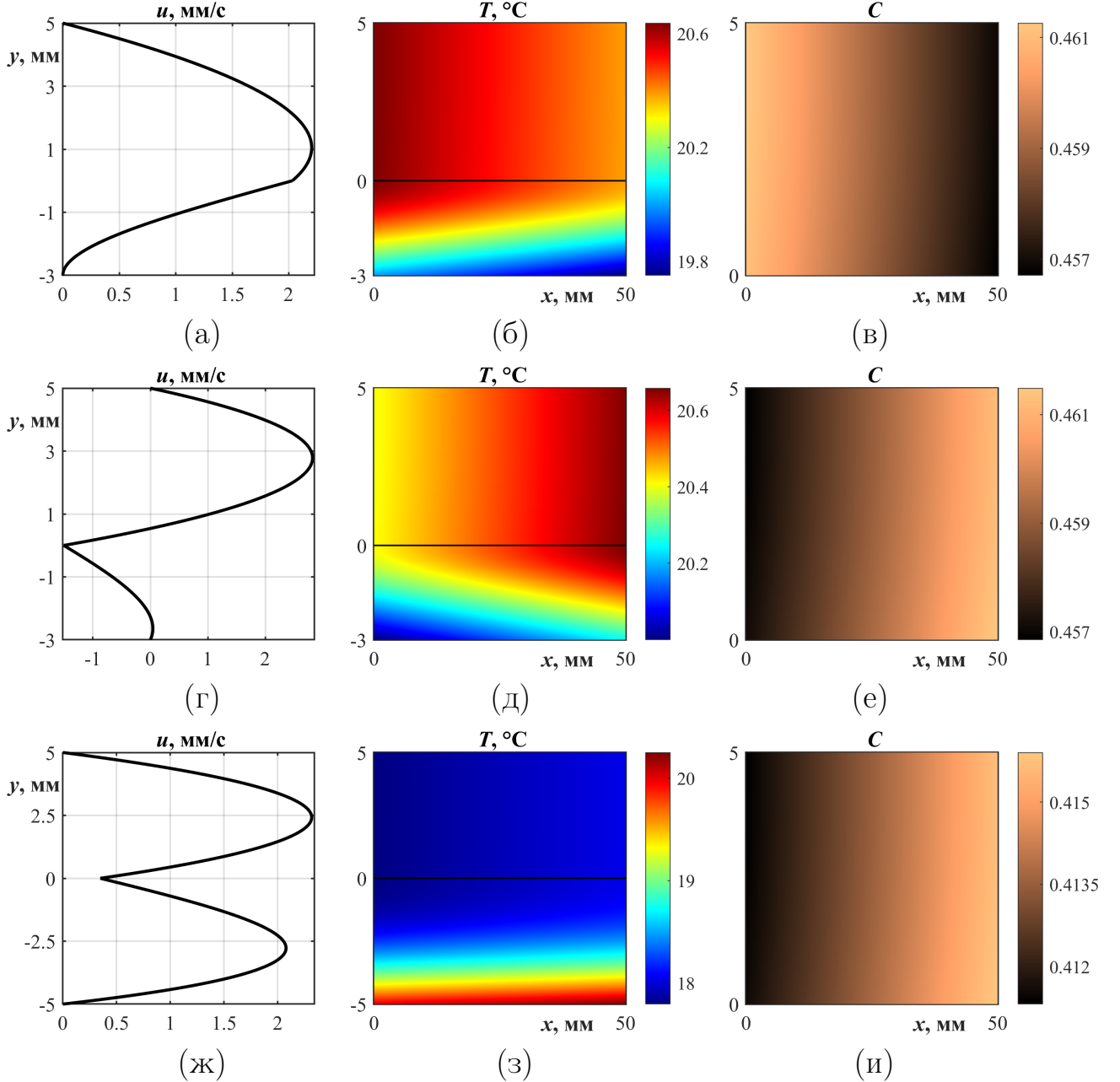


Рисунок 13 – Распределения продольной скорости $u(y)$, температуры $T(x, y)$ и концентрации пара $C(x, y)$ в системе с теплоизолированной верхней стенкой: (а–в) — $A_1 = -5$ K/m, $h_1 = 3$ мм; (г–е) — $A_1 = 5$ K/m, $h_1 = 3$ мм; (ж–и) — $A_1 = 5$ K/m, $h_1 = 5$ мм

Смена граничного теплового режима не приводит к формированию полей скорости, отличных от описанных выше (см. рисунок 13), а лишь обеспечивает формирование однородного в вертикальном направлении поля температуры в газовом слое (с градиентами $\partial T_2/\partial y$, близкими к нулю), что может влиять на пороговые характеристики устойчивости и формы критических возмущений.

2.5. Смена режимов течений при изменении расхода парогазовой смеси

Из указанной ранее оценки $R_g \sim h_2 \cdot u_2^{\max}$ следует, что увеличение расхода газовой среды при прочих неизменных параметрах приводит к увеличению скорости газопарового слоя, вследствие чего баланс сил на межфазной границе будет меняться. С ростом R_g влияние эффекта Марангони на поверхности раздела будет ослабевать, доминирующим станет влияние сдвиговых напряжений. Таким образом, управляя величиной расхода газа R_g , можно добиться смены типа течения; увеличение R_g всегда приводит к переходу от чисто термокапиллярного режима к смешанному или от смешанного к пуазейлевскому. Пример перестройки характеристик системы в поле массовых сил с $g = g_0$ приведён на рисунке 14.

Анализ изменений массовой скорости испарения M , вызванных изменением расхода R_g , показывает, что вне зависимости от граничного теплового режима интенсификация скорости испарения может быть достигнута за счёт увеличения скорости прокачки газа. Подобный характер связи между скоростью испарения и величиной расхода R_g полностью подтверждается данными экспериментов [57]. Решение предсказывает линейный характер зависимости массовой скорости испарения от расхода газа (рисунок 15). Строго говоря, согласно работе [57], где зависимости $M(R_g)$ представлены в виде линий тренда, эта связь не является линейной, однако для большинства конфигураций в достаточно широком диапазоне изменений R_g экспериментальные зависимости $M(R_g)$ могут быть с достаточной точностью аппроксимированы линейными.

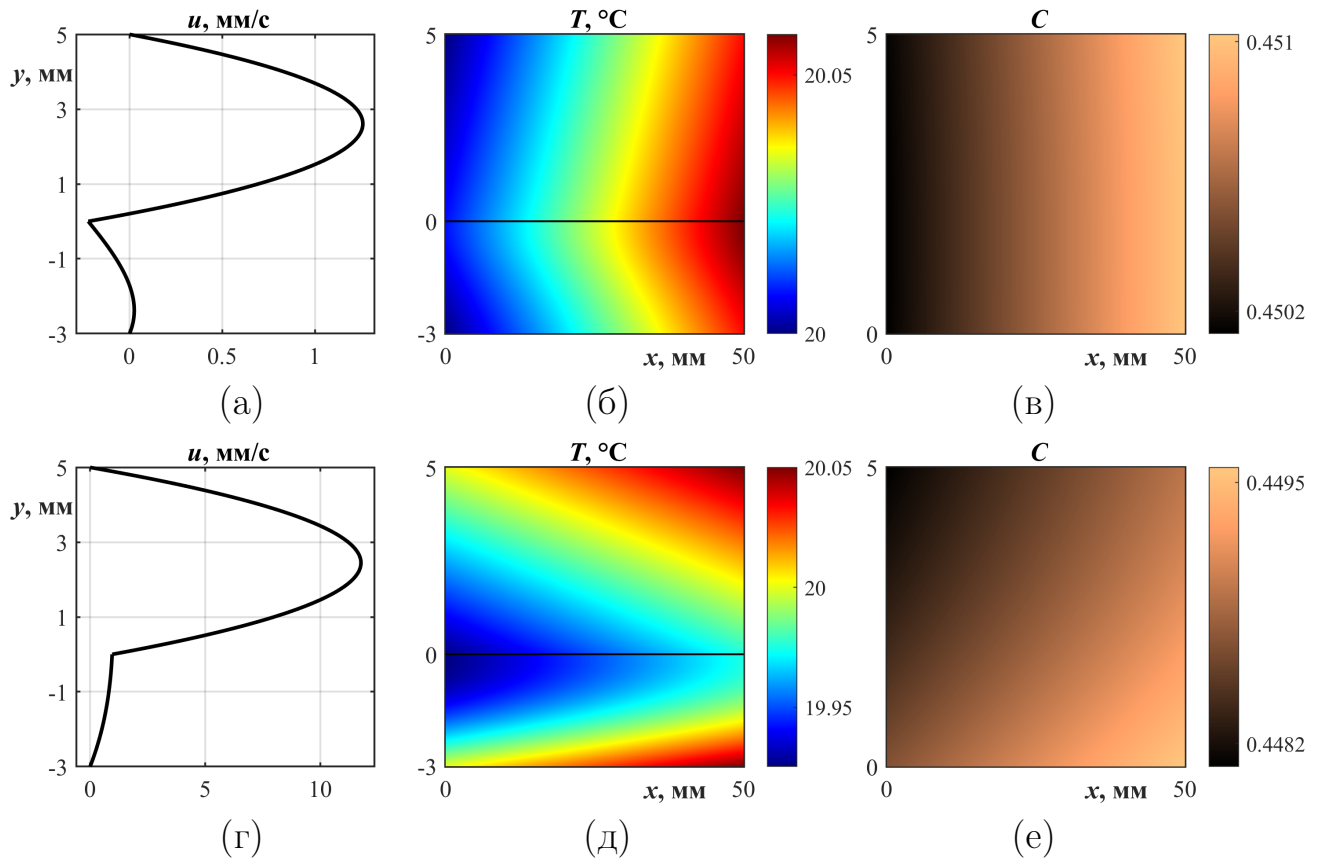


Рисунок 14 – Распределения продольной скорости $u(y)$, температуры $T(x, y)$ и концентрации пара $C(x, y)$ в системе с $h_1 = 3$ мм, $A_1 = A_2 = A = 1$ К/м при изменении расхода газа: (а–в) — $R_g = 0.5 \cdot R_0$; (г–е) — $R_g = 5 \cdot R_0$

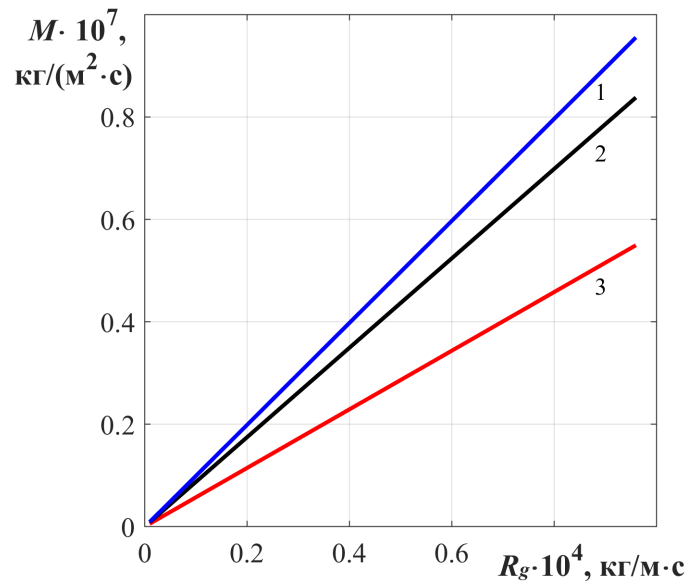


Рисунок 15 – Зависимость $M(R_g)$ в системе с $h_1 = 5$ мм: 1 — $h_2 = 2$ мм, 2 — $h_2 = 4$ мм, 3 — $h_2 = 6$ мм

2.6. Неоднородный характер испарения

Результаты экспериментальных исследований течений испаряющейся жидкости, увлекаемой спутным газовым потоком, указывают на то, что скорость испарения не остаётся постоянной во всей области течения, а меняется вдоль длины рабочего участка [57]. Поскольку структура точного решения (1.5) допускает реализацию граничного условия (1.17) с переменной скоростью испарения (1.19) (при этом линейный характер зависимости $M(x)$ диктуется видом точного решения), представляется целесообразным построить точное решение, учитывающее неоднородный характер испарения, провести апробацию допустимых граничных условий для функций температуры и концентрации пара для этого решения и выполнить анализ возможных постановок краевых задач.

2.6.1. Анализ постановок краевых задач. Условия совместности

Исследуем возможность построения решения (1.5), моделирующего конвективные течения в двухфазной системе в случае неоднородного диффузионного испарения, в рамках различных постановок краевых задач. Будем считать, что при всех рассматриваемых ниже вариантах постановок выполнены условия (1.6), (1.14), (1.16)–(1.18), (1.20), (1.21). Рассмотрим случаи, когда на верхней стенке задано условие нулевой концентрации пара (1.13) (**РIII**), либо предполагается отсутствие потока пара и используется условие (1.11) (**РIV**).

В случае реализации условия (1.13) на верхней стенке канала $y = h_2$ решение (1.5) возможно построить при следующих температурных режимах на внешних стенках:

- (**РIII**–1) На стенках канала заданы условия первого рода, определяющие распределение температур в виде (1.7) и (1.8), тогда величины A, A_1, A_2 связаны соотношением

$$\begin{aligned} & A \left(\frac{\kappa_1}{h_1} + \frac{\kappa_2}{h_2} (1 + \alpha_c C_0 \varepsilon) + \frac{\lambda D \rho_2}{h_2} (C_0 \varepsilon + \alpha_T) \right) = \\ & = A_1 \frac{\kappa_1}{h_1} + A_2 \left(\frac{\kappa_2}{h_2} + \frac{\lambda D \rho_2 \alpha_T}{h_2} \right). \end{aligned} \quad (2.1)$$

Другими словами, при заданных значениях двух продольных градиентов температуры (например A_1 и A_2) вычисляется значение третьего (A). Коэффициент M_x находится из соотношения

$$M_x = -\frac{D\rho_2}{h_2} \left(- (C_0\varepsilon + \alpha_T)A + A_2\alpha_T \right). \quad (2.2)$$

- **(РIII–2)** Предположим, что подложка линейно нагревается по закону (1.7), а верхняя стенка теплоизолирована, т. е. выполняется условие (1.10). Тогда градиенты A, A_1 удовлетворяют равенству

$$A \left(\frac{\kappa_1}{\kappa_2 h_1} + \frac{\lambda D \rho_2}{\kappa_2 h_2} C_0 \varepsilon (1 - \alpha_T \alpha_C) \right) = A_1 \frac{\kappa_1}{\kappa_2 h_1}. \quad (2.3)$$

Это означает, что при заданном значении граничного градиента A_1 определяется величина A , либо наоборот, что удобно в ситуации, когда требуется поддерживать определённый режим тепловой нагрузки на границе раздела сред. Коэффициент M_x вычисляется по формуле

$$M_x = \frac{D\rho_2}{h_2} (1 - \alpha_T \alpha_C) C_0 \varepsilon A. \quad (2.4)$$

- **(РIII–3)** Рассмотрим ситуацию, когда нижняя стенка теплоизолирована (ставится условие Неймана (1.9)), а на верхней задано линейное распределение температуры (1.8). В этом случае имеет место следующее соотношение между величинами A, A_2 :

$$A \left(\kappa_2 (1 + C_0 \varepsilon \alpha_C) + \lambda D \rho_2 (\alpha_T + C_0 \varepsilon) \right) = A_2 \left(\kappa_2 + \lambda D \rho_2 \alpha_T \right). \quad (2.5)$$

Коэффициент M_x находится как

$$M_x = -\frac{D\rho_2}{h_2} \left(- A(\alpha_T + C_0 \varepsilon) + \alpha_T A_2 \right). \quad (2.6)$$

В общем случае условие отсутствия потока пара на верхней стенке с учётом эффекта термодиффузии записывается в виде (1.11), что приводит к соотношению $b_2 + \alpha_T a_2^2 = 0$. Однако независимо от вида граничных условий для функций температуры, из (1.18) следует, что

$M_x = -D\rho_2(b_2 + \alpha_T a_2^2) = 0$. Другими словами, при использовании условия (1.11) невозможно получить решение вида (1.5), которое бы описывало конвективные течение в двухслойной системе с **неоднородным** испарением.

Согласно результатам, полученным в п. 2.3, при малых толщинах жидкого слоя и малых поверхностных градиентах влияние эффекта термодиффузии в пристеночной зоне незначительно. В связи с этим можно заменить полное условие (1.11) более простым (1.12), что позволит построить решение (1.5), которое будет описывать режимы течений с неоднородным испарением, когда $M_x \neq 0$. Таким образом, задача **(PIV)** допускает случай:

- **(PIV–1)** На стенках канала для функций температуры заданы условия Дирихле вида (1.7) и (1.8). Величины продольных градиентов температур A, A_1, A_2 удовлетворяют следующему соотношению:

$$A\left(\frac{\kappa_1}{h_1} + \frac{\kappa_2}{h_2} + \frac{\lambda D\rho_2\alpha_T}{h_2}\right) = A_1\frac{\kappa_1}{h_1} + A_2\left(\frac{\kappa_2}{h_2} + \frac{\lambda D\rho_2\alpha_T}{h_2}\right). \quad (2.7)$$

Коэффициент M_x вычисляется по формуле

$$M_x = -\frac{D\rho_2\alpha_T}{h_2}(A_2 - A). \quad (2.8)$$

Замечание 6. Другие типы граничных условий для функций T_j в паре с условием (1.12) приводят к физически неправдоподобным зависимостям между параметрами задачи и в дальнейшем рассматриваться не будут.

В Приложении 2 приведены общие схемы для определения искомых функций для всех рассматриваемых классов задач.

2.6.2. Сравнение экспериментальных и расчётных данных

Предложенное решение позволяет получить теоретические оценки величины M и её относительных изменений ΔM на рабочем участке длины L_h в рамках представленных постановок краевых задач. Проведя сравнение измеренных значений и соответствующих расчётных данных, можно определить, какие типы граничных условий обеспечат наилучшее соответствие теоретических и экспериментальных данных.

В экспериментах [57] для системы сред «этанол–воздух» толщина жидкого и газового слоёв равнялась $h_1 = h_2 = 3$ мм, поверхность раздела жидкость–газ сохранялась плоской с точностью до ± 10 мкм, контроль плоской формы межфазной границы осуществлялся с помощью теневого метода. Во всей системе поддерживалась постоянная температура 20°C , перепад температур ΔT_{exp} не превосходил величины 0.1°C . Погрешность измерения скорости испарения M_{exp} не превышала 15 %.

Согласно результатам п. 2.5, задавая соответствующие значения расхода R_g в верхнем слое, можно добиться того, что средние значения скорости потока газа, предсказываемые точным решением, будут близки к значениям u_{exp}^g , реализуемым в экспериментах. Представленные ниже теоретические результаты были получены при параметрах равновесного состояния $T_0 = 293.15$ К, $C_0 = 0.1$, $\varepsilon = 0.055$ К $^{-1}$, толщинах слоёв $h_1 = h_2 = 3 \cdot 10^{-3}$ м и постоянных $\vartheta^- = \vartheta^+ = 293.15$ К в условиях естественной гравитации с $g = g_0$. Величины температурных градиентов A_j выбирались в зависимости от граничных условий: для задач (РIII–1) и (РIV–1) использовались значения $A_1 = -1$ К/м, $A_2 = 0$, в задаче (РIII–2) расчёты проводились при $A_1 = -1$ К/м, в рамках постановки (РIII–3) температурный градиент на верхней стенке полагался равным $A_2 = -1$ К/м. Небольшие значения градиентов выбирались исходя из необходимости обеспечить умеренный перепад температур в системе. Кроме того, указанные значения позволяют получить отрицательное значение температурного градиента A на поверхности раздела, что соответствует охлаждению границы Γ в направлении продува газа, наблюдаемому в экспериментах. В качестве величин расхода газа использовались значения $R_g^1 = 3.55 \cdot 10^{-5}$, $R_g^2 = 5.76 \cdot 10^{-5}$, $R_g^3 = 6.91 \cdot 10^{-5}$, $R_g^4 = 10.37 \cdot 10^{-5}$, $R_g^5 = 13.82 \cdot 10^{-5}$ кг/(м·с), обеспечивающие средние значения скорости течения в верхнем слое, близкие к экспериментальным. При расчётах использовались значения физических параметров этанола и воздуха, указанные в Приложении 3.

Во всех случаях отслеживались значения следующих величин: поверхностного температурного градиента A (вычислялись согласно формулам, указанным в п. 2.6.2 для соответствующей задачи), скорости сред u_Γ на границе Γ , перепада температуры ΔT на длине рабочего участка $L_h = 20$ мм, максимального значения скорости парогазового потока u_{max}^g , значения M_0 и M_x . Величина M_0 трактовалась как среднее значение скорости испарения в систе-

ме. Значения указанных параметров при R_g^1 для всех классов задач приведены в таблице 4. Относительные изменения скорости испарения ΔM сравнивались со значениями ΔM_{exp} , полученными на основе данных экспериментов [57] для длины рабочего участка 20 мм при скорости газа $u_{\text{exp},1}^g = 0.014$ м/с; соответствующие экспериментальные значения $M_{\text{exp},1} = 2.123 \cdot 10^{-4}$, $\Delta M_{\text{exp},1} = -9.95\%$.

Таблица 4 – Параметры системы «этанол – воздух» при величине расхода R_g^1 , рассчитанные для разных задач с $L_h = 20$ мм

Постановка задачи	A , К/м	ΔT , К	u_{max}^g , мм/с	u_Γ , мм/с	$M_0 \cdot 10^4$, кг/(м ² ·с)	$M_x \cdot 10^4$, кг/(м·с)	ΔM , %
(РIII–1)	–0.49	4.04	14.33	1.7	3.012	–0.271	–0.09
(РIII–2)	–0.69	5.61	14.32	1.73	3.617	–0.198	–0.05
(РIII–3)	–0.56	7.96	14.32	1.71	0.866	–0.044	–0.1
(РIV–1)	–0.64	0.1	14.32	1.72	0.018	–0.167	–9.4

Анализируя полученные результаты, можно заключить, что постановки задач (РIII) с граничным условием (1.13) не обеспечивают адекватного описания характеристик системы ни количественно, ни качественно. Даже при малых значениях поверхностного градиента A решения этих задач предсказывают формирование достаточно большого перепада температуры ΔT , отличного от того, который фиксировался в экспериментах. Величина ΔM также не совпадает с экспериментальными данными, согласно которым она должна составлять порядка 10 %. Близкие к экспериментальным значения величин ΔM и ΔT даёт решение задачи (РIV–1), однако расчётная величина M_0 предсказывает заниженные, по сравнению с $M_{\text{exp},1} = 2.123 \cdot 10^{-4}$ кг/(м²·с), значения средней скорости испарения. Заметим, что можно достичь полного совпадения величины ΔM с экспериментальными данными, если задавать малые значения температурного градиента A_2 на верхней стенке. Так, при $A_2 = 0.041$ решение задачи (РIV–1) даёт следующие значения интересующих параметров: $A = -0.62$ К/м, $\Delta T = 0.09$ К, $u_{\text{max}}^g = 14.322$ мм/с, $u_\Gamma = 1.718$ мм/с, $M_0 = 0.017 \cdot 10^{-4}$ кг/(м²·с), $M_x = -0.173 \cdot 10^{-4}$ кг/(м·с), $\Delta M = \Delta M_{\text{exp},1} = -9.95\%$.

Чтобы окончательно снять вопрос о применимости постановок (РIII), было проведено дополнительное сравнение расчётных результатов, полученных для длины рабочего участка $L_h = 50$ мм в рамках задач (РIII–1) и (РIV–1) при R_g^2 и $A_2 = 0$ в диапазоне изменений градиента A_1 от -5 до -1 К/м (табли-

ца 5). Полученные результаты показывают, что решение задачи (**РIII**–1) предсказывает

- ◇ завышенные перепады температуры по сравнению как с экспериментальным ΔT_{exp} , так и с перепадом ΔT , прогнозируемым на основе решения задачи (**РIV**–1);
- ◇ значения M_0 , сравнимые с экспериментальным средним значением $M_{\text{exp},2} = 3 \cdot 10^{-4}$ кг/(м²·с), измеренным при соответствующей расходу R_g^2 средней скорости $u_{\text{exp},2}^g = 0.02$ м/с на длине рабочего участка $L_h = 50$ мм;
- ◇ относительные изменения скорости испарения ΔM , которые не соответствуют экспериментальным данным ни качественно, ни количественно. Согласно [57], для скоростей газового потока, близких к u_{max}^g , падение скорости испарения на рабочем участке указанной длины составляет порядка 40 %.

Таблица 5 – Параметры системы «этанол – воздух» при R_g^2 , рассчитанные для разных значений температурных градиентов A_1 на нижней стенке с $L_h = 50$ мм

A_1 , К/м	Постановка задачи	A , К/м	ΔT , К	u_{max}^g , мм/с	u_Γ , мм/с	$M_0 \cdot 10^4$, кг/(м ² ·с)	$M_x \cdot 10^4$, кг/(м·с)	ΔM , %
–5	(РIII –1)	–2.475	3.85	23.177	2.999	3.207	–1.357	–2.12
	(РIV –1)	–3.19	0.91	23.15	3.115	0.158	–0.833	–26.43
–2.5	(РIII –1)	–1.237	3.9	23.219	2.817	3.091	–0.679	–1.1
	(РIV –1))	–1.595	0.44	23.206	2.875	0.073	–0.416	–28.28
–1	(РIII –1)	–0.495	3.98	23.244	2.708	3.027	–0.271	–0.45
	(РIV –1)	–0.638	0.17	23.239	2.731	0.028	–0.167	–29.52

Сравнивая количественные показатели и качественное поведение характеристик, предсказываемое решением задачи (**РIV**–1), с экспериментальными данными, можно заключить, что:

- ◇ в случае малых градиентов A_1 (а следовательно, и поверхностных градиентов A) перепад температуры ΔT достаточно мал и сравним с перепадом ΔT_{exp} , поддерживаемым в эксперименте;
- ◇ расчётные значения M_0 значительно ниже средних экспериментальных M_{exp} ;
- ◇ относительные изменения скорости испарения ΔM находятся в приемлемом соответствии с экспериментальными, особенно при малых A_1 .

Несмотря на то, что решение задачи (**PIV**–1) даёт заниженные значения средней скорости испарения M_0 , результаты сравнения можно признать удовлетворительными. Количественные расхождения в значениях средней скорости испарения могут быть связаны с двумерностью теоретической задачи. В реальной (трёхмерной) системе испарение происходит с поверхности раздела не только в продольном, но и в поперечном направлении. Фактически объём воздуха, в который происходит испарение, намного больше, чем в плоской постановке, поэтому жидкость испаряется более интенсивно. Более того, в экспериментах сказывается влияние краевого эффекта, когда наблюдается существенное увеличение скорости парообразования вблизи контактной линии рабочей жидкости и стенок ячейки [142].

Вывод о правомерности применения решения задачи (**PIV**–1) для описания характеристик течений испаряющейся жидкости, увлекаемой спутным газовым потоком, подтверждается результатами сравнения относительных изменений скорости испарения ΔM , вычисленных для разных длин рабочего участка L_h , с соответствующими значениями ΔM_{exp} , полученными по данным экспериментов (см. таблицу 6 и рисунок 16). В таблице 6 указаны относительные изменения $\Delta M_{\text{exp},1}$ и $\Delta M_{\text{exp},2}$, полученные экспериментально при скоростях газового потока $u_{\text{exp},1}^g = 0.014$ м/с и $u_{\text{exp},2}^g = 0.02$ м/с соответственно, и значения ΔM , вычисленные с помощью точного решения задачи (**PIV**–1) при $A_2 = 0$, $A_1 = -2.5$ К/м ($A = 1.6$ К/м) и $A_1 = -1$ К/м ($A = 0.17$ К/м). Выбранные значения градиента A_1 гарантируют сохранение малых перепадов температуры в системе. Значения расхода R_g^1 , R_g^2 позволяют обеспечить значения скорости в газовом слое u_{max}^g , близкие к соответствующим экспериментальным значениям u_{exp}^g .

Таблица 6 – Сравнение относительных изменений ΔM для системы «этанол – воздух» на рабочих участках различной протяжённости L_h с экспериментальными данными [57]

Длина рабочего участка L_h , мм	20	40	60	Длина рабочего участка L_h , мм	20	40	50	60
$u_{\text{exp},2}^g = 0.02$ м/с				$u_{\text{exp},1}^g = 0.014$ м/с				
$\Delta M_{\text{exp},2}$, %	15.38	20.51	53.85	$\Delta M_{\text{exp},1}$, %	8.7	17.39	48.08	56.52
$A_1 = -2.5$ К/м, $u_{\text{max}}^g = 0.023$ м/с				$A_1 = -2.5$ К/м, $u_{\text{max}}^g = 0.0143$ м/с				
ΔM , %	11.31	22.63	33.94	ΔM , %	8.79	26.37	43.96	52.75
$A_1 = -1$ К/м, $u_{\text{max}}^g = 0.023$ м/с				$A_1 = -1$ К/м, $u_{\text{max}}^g = 0.0143$ м/с				
ΔM , %	11.81	23.62	35.43	ΔM , %	9.4	28.2	47.01	56.42

Сравнительный анализ экспериментальных и расчётных данных показывает, что изучаемое решение предсказывает относительные изменения массовой скорости испарения, близкие к экспериментальным. Наилучшее согласование имеет место при малых скоростях газа (рисунок 16 (б)). При больших расходах R_g , удовлетворительное согласие достигается для рабочих участков вплоть до $L_h = 50$ мм.

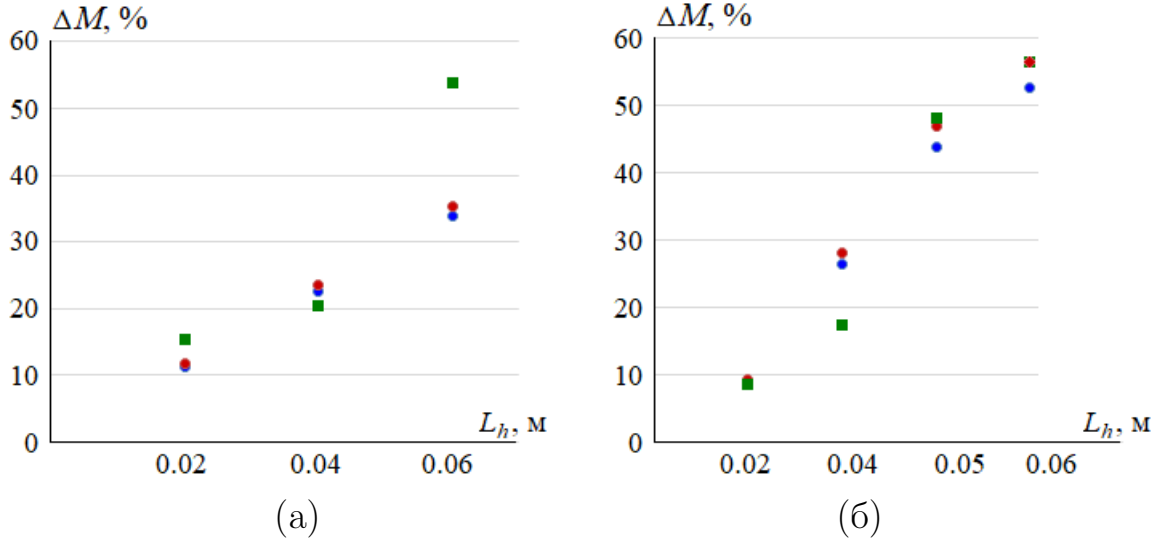


Рисунок 16 – Сравнение относительных изменений ΔM для системы «этанол – воздух» на рабочих участках различной протяжённости L_h с экспериментальными данными [57]: (а) – R_g^2 ; (б) – R_g^1 ; ■ – экспериментальные значения; ● – $A_1 = -2.5$ К/м, $\Delta T = 0.44$ К; ● – $A_1 = -1$ К/м, $\Delta T = 0.17$ К

Принимая во внимание хорошее количественное соответствие между теоретическими и экспериментальными данными для величин ΔM и ΔT , решение задачи (PIV–1) будет использовано для исследования влияния величины расхода газа R_g на параметры конвективных режимов в системе «этанол – воздух».

2.6.3. Влияние скорости газового потока на характеристики двухфазных течений при неоднородном испарении

Результаты расчётов, выполненных на основе решения задачи (PIV–1), приведены в таблице 7. Отметим один дефект этого решения: величины A (см. (2.7)) и, соответственно, M_x (см. (2.8)) зависят от значений граничных температурных градиентов A_j и теплофизических параметров сред, но не зависят от величины расхода R_g . Более того, решение даёт постоянное значение градиента концентрации ввиду соотношения $b_1 = C_0 \varepsilon A$ для всех значений R_g .

Однако в экспериментах с увеличением скорости продува газа наблюдаются интенсивное охлаждение поверхности жидкости, изменение величины градиента концентрации и умеренный рост ΔM_{exp} . Тем не менее данное решение корректно описывает базовые характеристики течений на качественном уровне: рост средней скорости испарения M_0 с увеличением расхода, причём скорость роста совпадает с наблюдаемой экспериментально; рост скорости сред на границе раздела (см. значения u_r и u_{exp}^g в таблице 7).

Таблица 7 – Параметры системы «этанол – воздух», рассчитанные на основе точного решения задачи (**PIV**–1), для различных значений R_g и соответствующие экспериментальные данные

R_g	A , К/м	ΔT , К	u_{max}^g , мм/с	u_r , мм/с	$M_0 \cdot 10^4$, кг/(м ² ·с)	$M_x \cdot 10^4$, кг/(м·с)	u_{exp}^g , мм/с	$M_{\text{exp}} \cdot 10^4$, кг/(м ² ·с)
R_g^3	–0.64	0.13	27.89	3.26	0.034	–0.167	27.778	4.368
R_g^4	–0.64	0.23	41.85	4.84	0.05	–0.167	41.667	5.755
R_g^5	–0.64	0.3	55.81	6.42	0.067	–0.167	55.556	6.795

Повторим, что, подбирая подходящее значение A_2 , можно добиться хорошего совпадения теоретических и экспериментальных значений ΔT и ΔM . Данная особенность решения может быть использована для определения значений физических параметров сред, таких, как коэффициенты диффузии D и концентрационного расширения газа γ , параметры Соре α_T и Дюфура α_C , которые нередко отсутствуют в справочной литературе.

На рисунке 17 представлены типичные распределения искомых физических величин для рассматриваемых конфигураций. Поле скорости формируется под действием касательных напряжений, вызванных продувом газа в канале, и эффекта Марангони, индуцирующего течение жидкости вдоль границы раздела в зоны с меньшей температурой (учитывая отрицательный знак результирующего градиента A , действие термокапиллярного эффекта сонаправлено продольной оси x). При этом скорость жидкости на границе раздела u_r при всех рассмотренных значениях R_g выше, чем в объёмной жидкой фазе (рисунок 17 (а)), что указывает на доминирующую роль поверхностных эффектов. Течения с подобной структурой наблюдались в экспериментах [52].

Термокапиллярный эффект также является определяющим фактором при формировании структуры теплового поля. Поверхностный горячий термоклин (рисунок 17 (б)) образуется из-за течения, вызванного действием эффекта

Марангони и переносащего тепло от горячего полюса к холодному. Распределение температуры в системе неоднородно вдоль вертикальной оси, при этом в газовом слое формируется неустойчивая стратификация. Это может привести к возникновению конвективной неустойчивости, выраженной в появлении вихревых структур, которые могут создать дополнительные касательные напряжения на границе раздела, что приведёт к изменению скорости испарения.

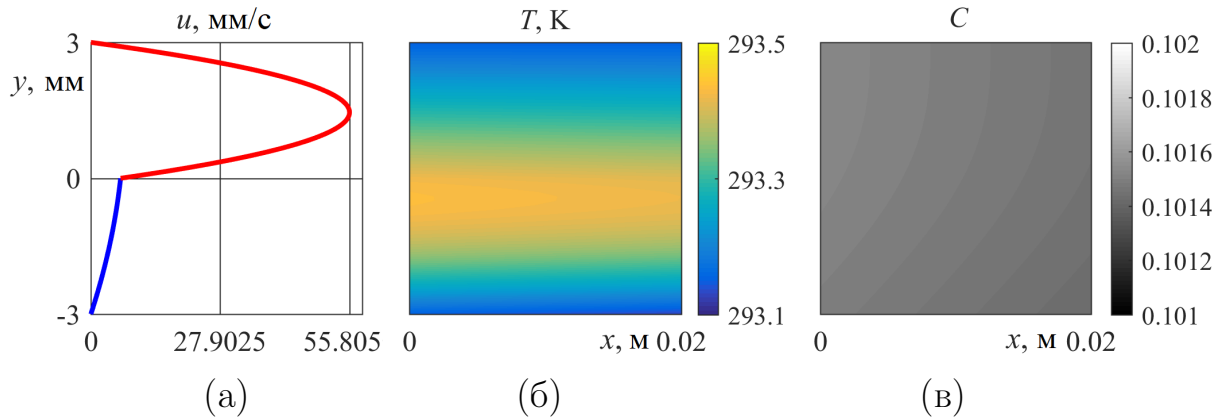


Рисунок 17 – Распределение продольной скорости $u(y)$, температуры $T(x, y)$ и концентрации пара $C(x, y)$ в системе «этанол – воздух» с $h_1 = h_2 = 3$ мм при $A_1 = -1$ К/м, $A_2 = 0$, $Rg = R_g^5$, $L_h = 20$ мм

Графики на рисунке 18 позволяют оценить степень неоднородности температуры и концентрации пара в системе. Причина увеличения скорости испарения с ростом R_g (см. значения концентрации пара на рисунках 18 (б), (д)) вполне понятна: перенос пара с границы раздела вызван диффузией и вынужденной конвекцией (её интенсивность определяется перепадом давления или, что то же самое, величиной R_g). С увеличением расхода газа градиент концентрации в поперечном направлении также увеличивается, что влечёт за собой рост скорости испарения.

Замечание 7. Согласно замечанию 3, исследование устойчивости изучаемого точного решения методом нормальных волн возможно лишь при выполнении условия $A_1 = A_2 = A$. Однако при указанном ограничении в рамках постановки (PIV–1) реализуется только случай с $M_x = 0$ (см. формулы (2.7), (2.8)), т.е. случай однородного испарения с постоянной скоростью. Учитывая, что экспериментальные зависимости представлены в виде линий тренда, на которых каждая точка даёт некоторое среднее постоянное значение величины M , вполне уместно предположить, что оценки на характеристики устойчивости течений при неоднородном испарении могут быть получены

из решения соответствующей задачи об устойчивости для случая однородного испарения с $M = M_0 = \text{const.}$

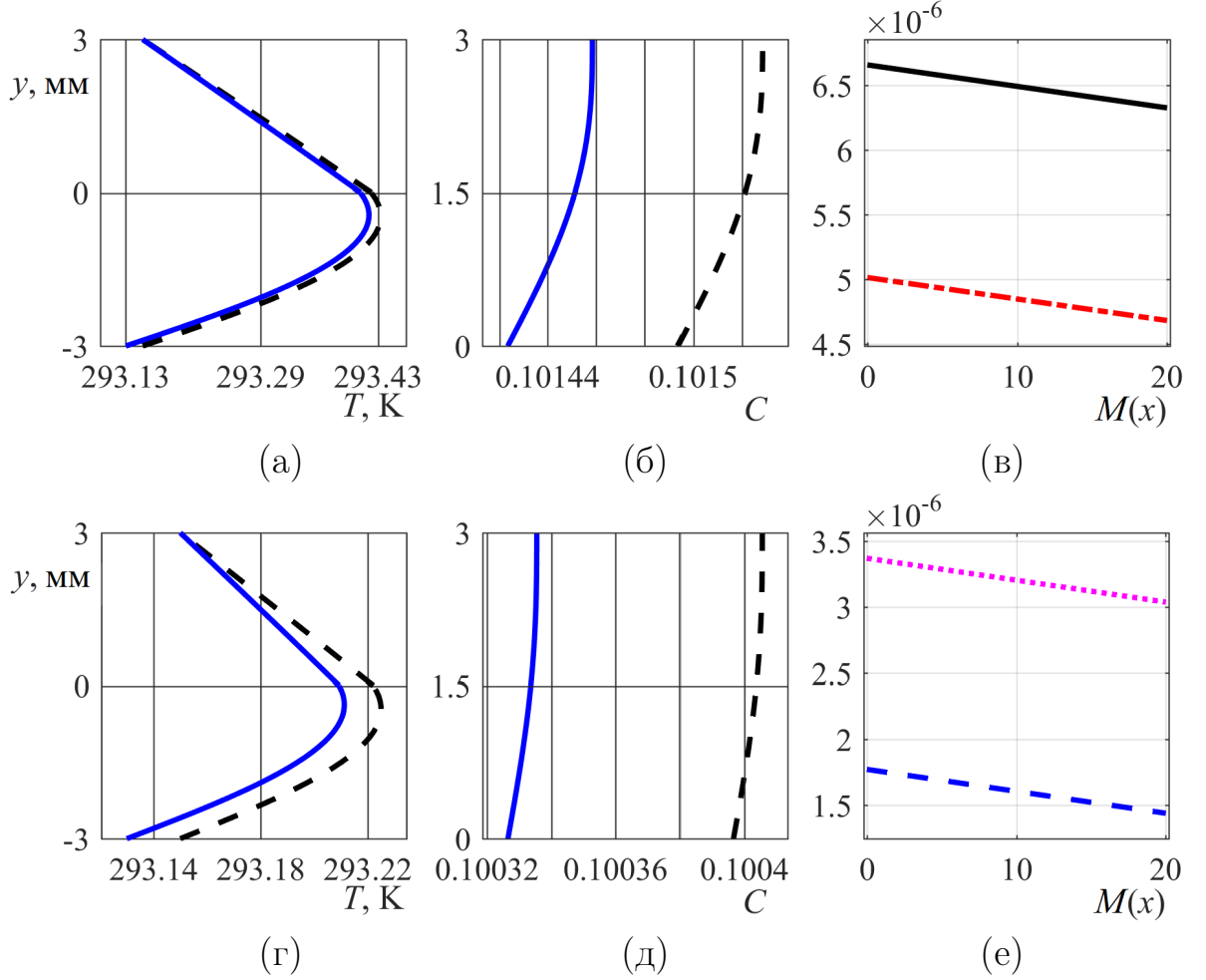


Рисунок 18 – Профили температуры (а, г) и концентрации пара (б, д) в сечении $x = 0$ (пунктирная линия) и $x = L_h$ (сплошная линия), профили скорости испарения (в, е) в системе «этанол–воздух» при $A_1 = -1$ К/м, $A_2 = 0$, $L_h = 20$ мм: (а, б) — $R_g = R_g^5$; (в) — сплошная кривая — $R_g = R_g^5$, штрих-пунктирная кривая — $R_g = R_g^4$; (г, д) — $R_g = R_g^1$; (е) — пунктирная кривая — $R_g = R_g^1$, точечно-пунктирная линия — $R_g = R_g^3$

2.7. Расширение классификации Наполитано типов течений в двухфазной системе

Впервые классификация режимов течений в двухслойных системах с термокапиллярной границей раздела без фазового перехода, выделяющая течения чисто термокапиллярного (ТКФ), смешанного (МФ) и пузелейского (РФ) типов, была введена Л. Наполитано [140]. В основу классификации были положе-

ны результаты анализа структуры гидродинамического поля, которая может меняться в зависимости от характера и степени влияния действующих в системе сил. При классификации режимов в системах с испарением оказалось важным учитывать и структуру поля температуры, поскольку в рамках изученных постановок задач решение допускает случаи различной граничной тепловой нагрузки. Именно возможность одновременной реализации граничных условий (1.7) и (1.8) с $A_1 \neq A_2$ приводит к тому, что классификация Наполитано может быть расширена добавлением частных подклассов, которые не выделяются при $A_1 = A_2 = A$. Точные решения типа решений ОБ, которые получены для классических постановок задач о термокапиллярных двухслойных течениях без учёта переноса массы через границу раздела, допускают лишь случай равных продольных градиентов A_j , а соответствующие режимы возникающих течений исчерпывающим образом описываются классификацией Наполитано.

Ниже даётся описание всех возможных классов течений в системе с испарением и особенностей каждого конвективного режима. Распределения основных характеристик, соответствующие каждому типу течений, представлены на рисунках 19–21. В качестве рабочей использовалась система сред «HFE-7100–азот». Все характеристики соответствуют случаю неоднородного испарения (как наиболее общему, включающему однородное испарение как частный случай), для описания которого использовалась постановка (**PIV**–1). Значения параметров, при которых реализуются данные режимы, указаны в таблице 8, в которой перепады температуры ΔT и относительные изменения скорости испарения ΔM получены для длины рабочего участка $L_h = 50$ мм. Во всех случаях в качестве расчётных значений выбирались $h_2 = 5$ мм, $g = g_0$, $\vartheta^- = \vartheta^+ = 293.15$ К. Стоит отметить, что учёт неоднородного характера испарения не приводит к формированию топологически новых классов течений.

1. Чисто термокапиллярное течение (ТКФ) характеризуется возвратным движением во всём объёме жидкой фазы, когда в каждой точке нижнего (жидкого) слоя значения скорости u_1 отрицательны. Определяющим механизмом является термокапиллярный эффект, вызывающий движение жидкости от горячего полюса к холодному. Примеры распределения характеристик, типичные для течений этого класса, показаны на рисунке 19.

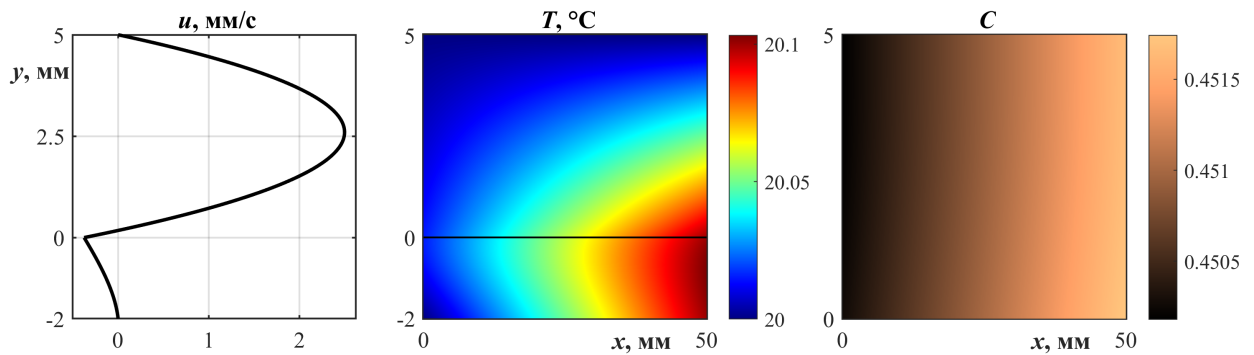


Рисунок 19 – Распределения продольной скорости $u(y)$, температуры $T(x, y)$ и концентрации пара $C(x, y)$ при чисто термокапиллярном режиме

2. Для течений смешанного типа (MF) характерно расслоение профиля скорости вблизи поверхности раздела, при этом значения скорости на границе сред существенно отличаются от значений, которые принимают функции $u_j(x)$ внутри жидкой и/или газовой объёмной фазы. В этом случае можно выделить три типа профиля скорости:

- существование приповерхностной зоны с возвратным течением — отличительная черта смешанных течений первого типа (MF-1, рисунок 20 (а–в)). При таком режиме значения скорости сред u_r вдоль межфазной границы отрицательны; такая стратификация гидродинамического поля может быть названа «отрицательным» расслоением профиля скорости;
- о смешанных течениях второго типа (MF-2, рисунок 20 (г–е)) можно говорить, если значения скорости u_r на поверхности раздела положительны; имеет место «положительное» расслоение профиля скорости;
- в случае смешанных течений третьего типа (MF-3, рисунок 20 (ж–и)) в одном из слоёв поле скорости имеет распределение, близкое к распределению Куэтта.

Подклассы течений MF-2 и MF-3 расширяют классификацию Наполитано режимов двухслойных течений. Формирование режимов смешанного типа обусловлено взаимодействием нескольких механизмов (сдвиговых напряжений, термокапиллярных и вязких сил), которые могут конкурировать

друг с другом (как в случае течений MF-1 или MF-3) или действовать сонаправленно (режим MF-2).

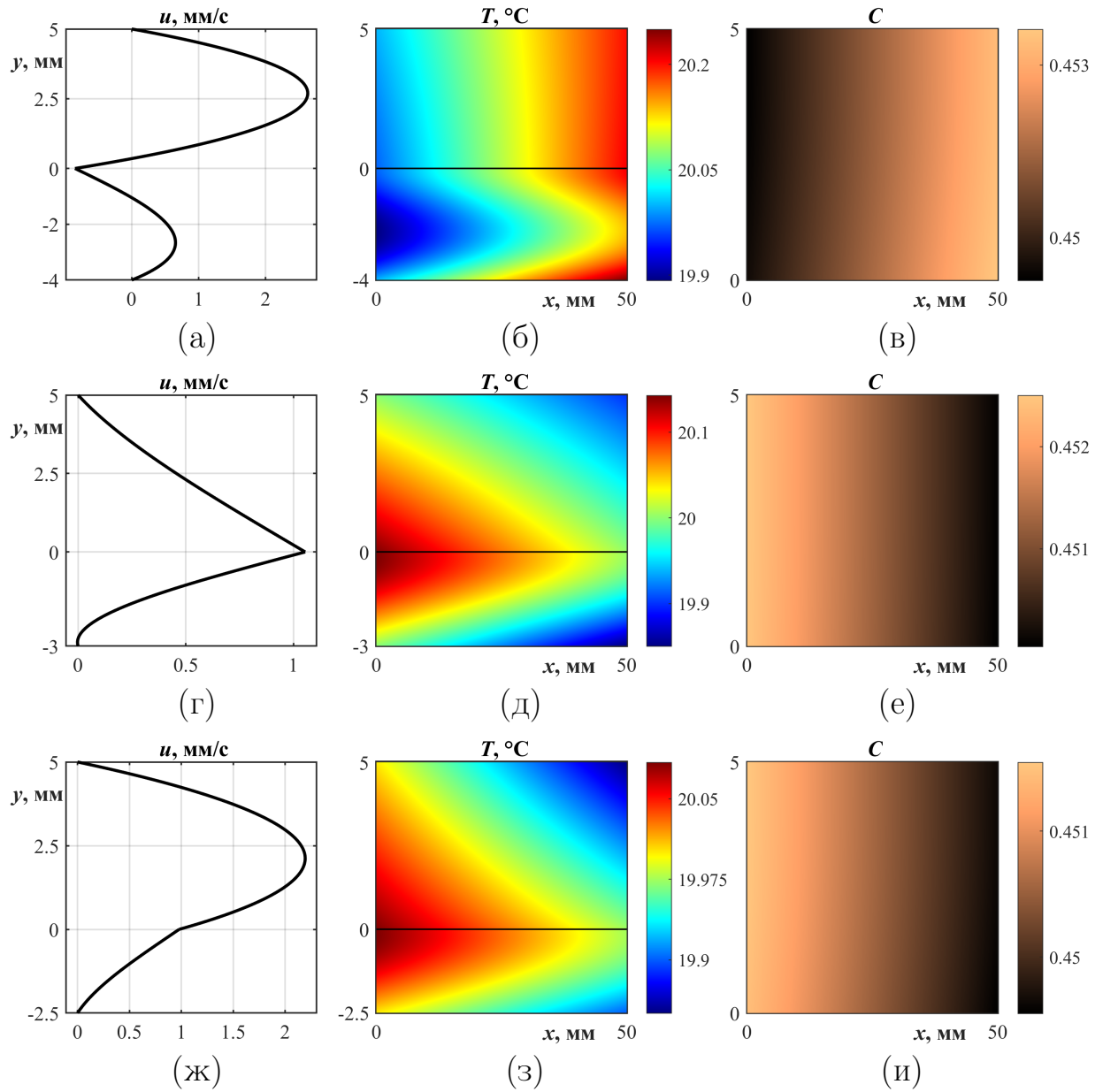


Рисунок 20 – Распределения продольной скорости $u(y)$, температуры $T(x, y)$ и концентрации пара $C(x, y)$ для течений смешанного типа: (а–в) — MF-1; (г–е) — MF-2; (ж–и) — MF-3

3. Течения пуазейлевского типа (PF, рисунок 21) отличается профиль скорости, близкий к параболическому (как для классического течения Пуазейля) в обеих фазах. Среди режимов этого типа можно выделить три подкласса течений: чисто пуазейлевское (PF-1) и условно пуазейлевские (PF-2 и PF-3).

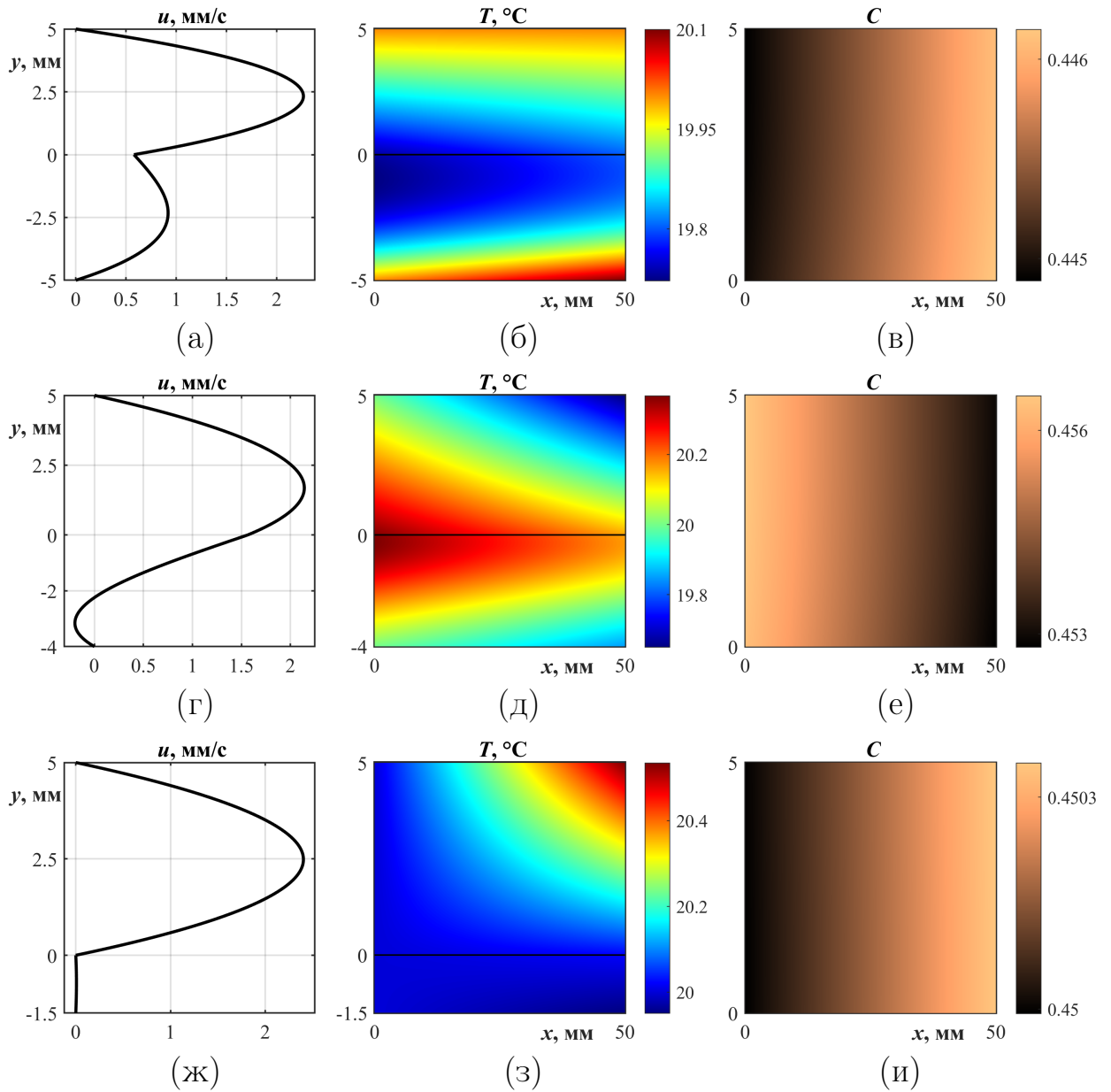


Рисунок 21 – Распределения продольной скорости $u(y)$, температуры $T(x, y)$ и концентрации пара $C(x, y)$ для течений пуазейлевого типа: (а–в) — PF-1; (г–е) — PF-2; (ж–и) — PF-3

- Режим PF-1 характеризуется положительными значениями скорости u в каждой фазе (рисунок 21 (а–в)). Дополнительной характеристикой считается формирование холодного приповерхностного слоя (рисунок 21 (б)) с минимальной температурой на границе раздела. Основным механизмом, определяющий этот режим, — прокачка газа с ненулевым градиентом давления, за счёт чего происходит интенсификация испарения с поверхности жидкости.

- В случае течений PF-2 сохраняется близкий к Пуазейлевскому профиль скорости в обоих слоях, но в одной из сред наблюдается пристеночное возвратное течение (рисунок 21 (г)). Такой режим выделяется формально, только как решение математической задачи (по видимому, такие течения не могут возникать в реальных физических системах).
- Отличительной особенностью режимов PF-3 является неподвижный жидкий слой (рисунок 21 (ж)), хотя в газе сохраняется профиль скорости, близкий к параболическому. Такой режим возникает в результате конкурентного взаимодействия термокапиллярного эффекта и сдвиговых напряжений, индуцируемых потоком газа.

Согласно данным, представленным в таблице 8, изучаемое решение качественно ухватывает характер взаимодействия основных механизмов, влияющих на характеристики режимов в достаточно большом диапазоне изменения градиентов A_j (при этом во всей системе сохраняется умеренный перепад температур, значения ΔT не превышают величины 1 градуса). Поведение функции паросодержания C хорошо согласуется с изменениями температуры поверхности Γ , которые фактически определяются величиной поверхностного градиента A . С ростом температуры на межфазной границе ($A > 0$) концентрация пара в несущем газе также растёт (см., например, рисунки 19–21 (б, в)). Если температура на поверхности жидкого слоя уменьшается в направлении продольной координаты x ($A < 0$), то решение предсказывает падение паросодержания (рисунки 20 (д, е), (з, и)). Зависимость массовой скорости испарения M от температурных и концентрационных параметров имеет более сложный характер. В ряде случаев уменьшение скорости испарения в направлении течения (характеризуется $M_x < 0$) обусловлено уменьшением поверхностной температуры и/или более слабым продувом газа (фактически меньшим расходом, см. количественные параметры режима MF-2 в таблице 8).

Следует отметить, что решение подтверждает экспериментальные результаты [141], указывающие на рост скорости испарения (соответствует значениям $M_x > 0$) с уменьшением концентрации пара (как при режимах MF-3 и PF-2). В большинстве случаев решение предсказывает увеличение M , связанное с ростом температуры межфазной поверхности и/или с присутствием значитель-

ных градиентов концентрации пара как в продольном, так и в поперечном направлении. Описанный характер изменения M также подтверждается экспериментальными данными [57], полученными для течений в миниканале, где баланс поверхностных и массовых сил может существенно меняться при изменении любого параметра. При анализе количественных изменений скорости испарения, полученных на основе точного решения, можно также опираться на экспериментальные данные [57]: величина относительных изменений ΔM может существенно зависеть от нескольких параметров (в частности от расхода R_g и протяжённости рабочего участка L_h). Согласно данным измерений, скорость испарения в рабочей ячейке малой длины (до 10 мм) может изменяться на порядок, поэтому расчётные значения ΔM можно считать физически правдоподобными.

Таблица 8 – Параметры режимов течений разных типов в двухфазной системе с неоднородным испарением, полученные на основе решения задачи (**PIV**–1)

Параметр	Тип течения						
	TKF	MF-1	MF-2	MF-3	PF-1	PF-2	PF-3
h_1 , мм	2	4	3	2.5	5	4	1.5
R_g , кг/(м·с)	R_0	R_0	$0.3R_0$	R_0	R_0	R_0	R_0
A_1 , К/м	2	5	–3	–2	2	–3	–1
A_2 , К/м	0	4	–2	–3	0	–7	10.7
A , К/м	1.69	4.73	–2.79	–2.19	1.37	–4.07	0.41
ΔT , К	0.10	0.36	0.30	0.15	0.38	0.71	0.59
$u_{\max}$, мм/с	2.50	2.63	1.06	2.19	2.27	2.14	2.40
u_Γ , мм/с	–3.75	–0.85	1.06	1.00	0.58	1.56	$-3.35 \cdot 10^{-4}$
$M_0 \cdot 10^6$, кг/(м ² ·с)	0.41	0.52	1.05	0.35	–2.0	2.40	0.03
$M_x \cdot 10^5$, кг/(м·с)	1.42	0.62	–0.66	0.68	1.16	2.46	–8.65
ΔM , %	174.4	59.16	31.33	98.40	28.73	51.29	$1.54 \cdot 10^4$

Глава 3. УСТОЙЧИВОСТЬ ДВУХСЛОЙНЫХ ТЕЧЕНИЙ С ИСПАРЕНИЕМ. ПЛОСКИЕ ВОЗМУЩЕНИЯ

Все представленные в главах 3, 4 результаты, связанные с исследованием устойчивости, получены для системы сред «HFE-7100 – азот», которые используются в экспериментальных и рабочих системах термостабилизации. В случае плоских возмущений, не вызывающих деформацию границы раздела, решается спектральная задача (1.28)–(1.31) с $\alpha_z \equiv 0$ и $W_j \equiv 0$. Далее считаем, что $h_2 = 5$ мм, $g = g_0$, $R_g = R_0$, если не указано иное.

3.1. Влияние баланса гравитационных и термокапиллярных сил

При исследовании линейной устойчивости решений с помощью метода нормальных волн ключевым параметром, определяющим поведение возмущений с течением времени, является комплексный декремент $\lambda = \lambda_r + i\lambda_i$. Накладывая дополнительное условие $\lambda_i = 0$, из (1.28)–(1.31) получим задачу о нахождении нейтральной поверхности (в случае плоских возмущений — нейтральной кривой) в многомерном пространстве параметров задачи, определяющей пороговые характеристики устойчивости. С практической точки зрения наибольший интерес вызывает влияние на устойчивость температуры поверхности жидкость – газ, определяющей интенсивность тепловых эффектов на Γ (а следовательно, и интенсивность термокапиллярных сил и фазовых переходов жидкость – пар). Поверхностный градиент A рассматривается как одна из основных характеристик системы, однозначно определяемая через управляющие параметры A_j , задающие внешнюю тепловую нагрузку. В связи с этим видится целесообразным переход к задаче построения нейтральных кривых вида $A = A(\alpha_x)$, где α_x — волновое число, характеризующее длину волны $\lambda^x = 2\pi/\alpha_x$ возмущающего воздействия.

Согласно результатам главы 2 баланс сил в рассматриваемой системе зависит от многих параметров, и изменение каждого из них может приводить к существенной перестройке всех характеристик течения. Далее исследуется

влияние толщин слоёв h_j и величины g , определяющих интенсивность термокапиллярных и гравитационных сил, в условиях равной тепловой нагрузки, приложенной на внешних стенках канала ($A_j = A$, $\vartheta_* = 0$).

3.1.1. Зависимость характеристик устойчивости от геометрии системы

На рисунке 22 (а) представлены нейтральные кривые, рассчитанные для разных значений h_1 . Для кривых 2, 3, 4 область неустойчивости находится внутри (правее) кривых, для кривых 5, 6 — выше них. Значения A , лежащие на нейтральных кривых, определяют критическую тепловую нагрузку, при которой двухслойное течение с испарением теряет устойчивость. Учитывая смену режимов при изменении толщины жидкого слоя h_1 (см. п. 2.2), переход от чисто термокапиллярного течения к пуазейлевскому при увеличении h_1 приводит к изменению топологии нейтральных кривых и расширению области неустойчивости. Укажем критические значения волновых чисел α_x^* наиболее опасных возмущений (т. е. минимальные волновые числа возмущений, приводящих к потере устойчивости) и соответствующие значения градиента A : $\alpha_x^* = 8$, $A = 0.386$ К/м при $h_1 = 2$ мм; $\alpha_x^* = 2.88$, $A = 0.504$ К/м при $h_1 = 3$ мм; $\alpha_x^* = 0.62$, $A = 0.978$ К/м при $h_1 = 4$ мм.

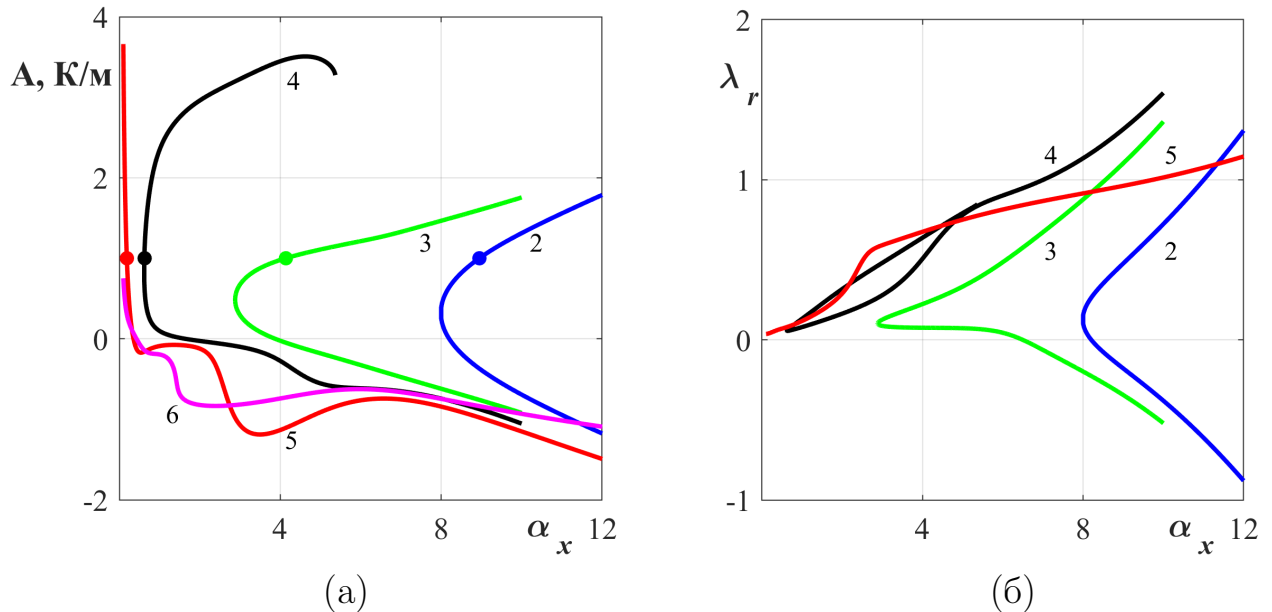


Рисунок 22 – Характеристики устойчивости двухфазной системы, номера кривых соответствуют значениям h_1 : (а) — нейтральные кривые $A(\alpha_x)$, (б) — зависимости $\lambda_r(\alpha_x)$

Отличительной особенностью рассматриваемой задачи является тот факт, что почти все собственные значения λ имеют ненулевую действительную часть λ_r , т.е. в системе, как правило, наблюдаются колебательные режимы неустойчивости. Этот результат согласуется с данными работ [143, 144], где отмечается обязательный колебательный характер неустойчивости, реализующейся в испаряющихся жидкостях. Зависимости $\lambda_r(\alpha_x)$ приведены на рисунке 22 (б); значения λ_r , рассчитанные при целочисленных значениях α_x для рассматриваемых толщин h_1 , были использованы для определения фазовой скорости $\omega_p = \lambda_r/\alpha_x$ возмущений с волновым числом α_x (см. таблицу 9, в которой представлены размерные значения ω_p в мм/с). Отрицательные значения фазовой скорости отвечают случаю распространения волны в направлении, противоположном оси течения. Из полученных результатов видно, что в системе с достаточно малой толщиной жидкого слоя всегда присутствуют коротковолновые возмущения, для которых $\omega_p < 0$. Анализируя условия, при которых реализуются такие возмущения, можно утверждать, что подобные режимы возникают тогда, когда в основном состоянии, описываемом решением (1.5), в жидком слое присутствуют зоны возвратного течения (т.е. основное течение является течением типа ТКФ или МФ-1). Таким образом, преимущественно направление дрейфа возникающих возмущений совпадает с направлением приповерхностного течения в жидком слое. Для всех рассмотренных конфигураций фазовая скорость ниже скорости основного потока.

Таблица 9 – Значения фазовых скоростей возмущений ω_p , мм/с, для различных толщин жидкого слоя h_1 , мм

α_x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$h_1 = 2$								0.038 0.057	-0.059 0.159	-0.114 0.217
$h_1 = 3$			0.087 0.127	0.057 0.168	0.044 0.2	0.022 0.243	-0.027 0.288	-0.074 0.329	-0.114 0.368	-0.156 0.409
$h_1 = 4$	0.399 0.240	0.477 0.246	0.482 0.280	0.479 0.380	0.475 0.469	0.451	0.428	0.425	0.438	0.463
$h_1 = 5$	0.357	0.437	0.592	0.507	0.451	0.407	0.372	0.343	0.321	0.304

Пример эволюции форм неустойчивости в двухфазной системе при $A = 1$ К/м с изменением толщины жидкого слоя представлен на рисунке 23. Для каждой конфигурации показаны распределения полей скорости

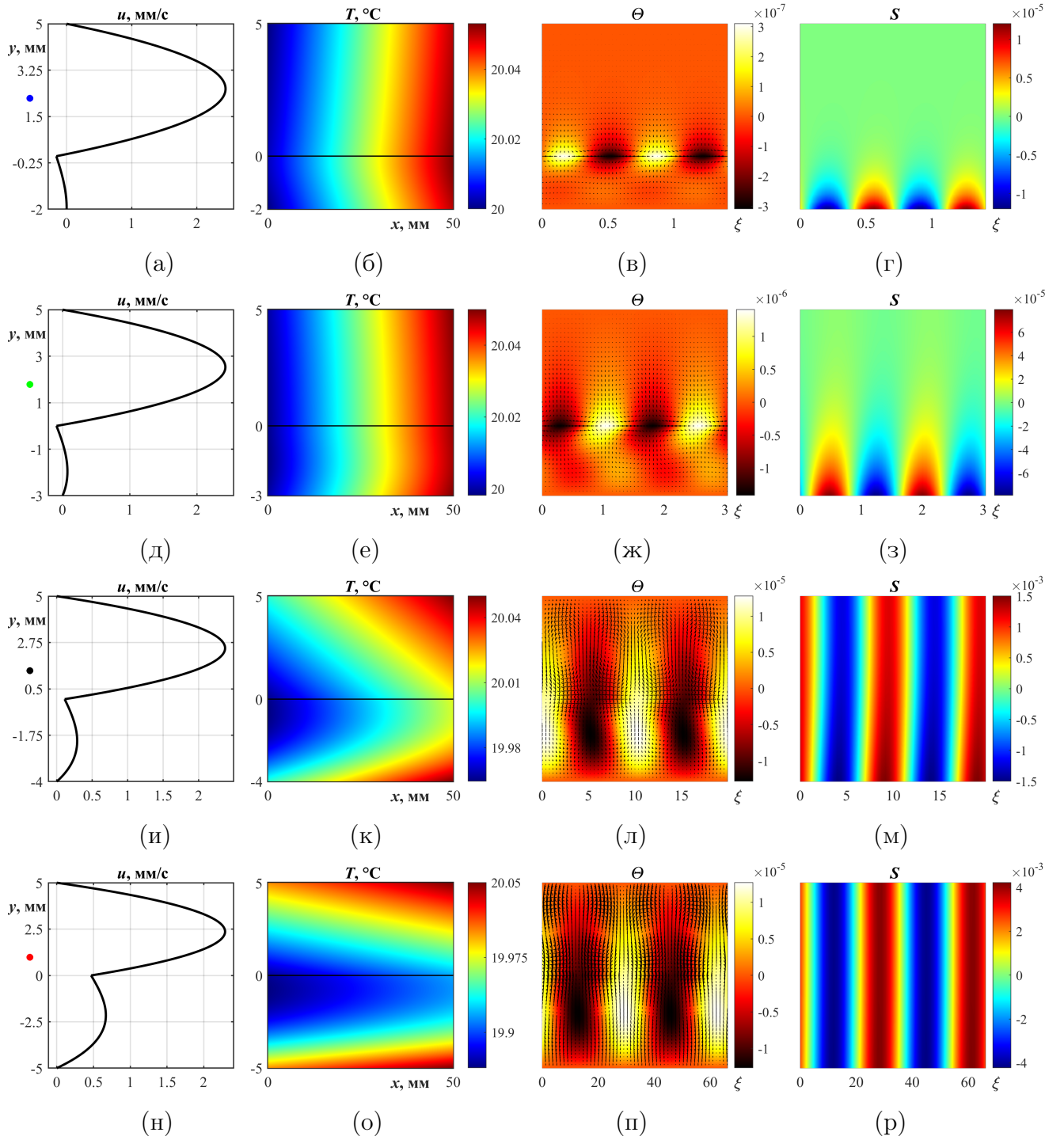


Рисунок 23 – Перестройка полей скорости $u(y)$ и температуры $T(x, y)$ основного течения и форм наиболее опасных возмущений скорости, температуры θ и концентрации S в системе с $A = 1$ К/м при изменении толщины жидкого слоя: (а–г) — $h_1 = 2$ мм, $\alpha_x = 8.95$, $\lambda = -0.167 + 0.53 \cdot 10^{-3}i$; (д–з) — $h_1 = 3$ мм, $\alpha_x = 4.14$, $\lambda = 0.076 + 0.31 \cdot 10^{-3}i$; (и–м) — $h_1 = 4$ мм, $\alpha_x = 0.63$, $\lambda = 0.061 + 0.75 \cdot 10^{-3}i$; (н–р) — $h_1 = 5$ мм, $\alpha_x = 0.19$, $\lambda = 0.043 + 0.2 \cdot 10^{-3}i$

и температуры для основного течения и указаны значения волнового числа α_x и комплексного декремента λ , при которых реализуются возмущения соответствующего вида. Видно, что с увеличением h_1 происходит перестройка формы

возмущений от термокапиллярных мелкомасштабных структур к характерным конвективным ячейкам, вызванная сменой типа основного течения и трансформацией поля температуры.

При малых h_1 , когда в системе доминирует эффект Марангони, формирующий возвратные течения, изменение толщины верхнего слоя h_2 от 3 до 6 мм не приводит к качественному изменению поведения нейтральных кривых (см. рисунок 24 (а)). При фиксированном расходе газа уменьшение толщины верхнего слоя вызывает смену типа основного течения с чисто термокапиллярного на смешанный, для которого характерно увеличение скорости газопаровой среды (см., например, рисунок 6). Таким образом, с уменьшением величины h_2 за счёт роста касательных напряжений на Γ имеет место расширение области неустойчивости и сдвиг нейтральных кривых в длинноволновую область. С ростом h_1 влияние термокапиллярного эффекта ослабевает, происходит расширение области неустойчивости за счёт дестабилизирующего влияния сдвиговых напряжений (рисунок 24 (б));

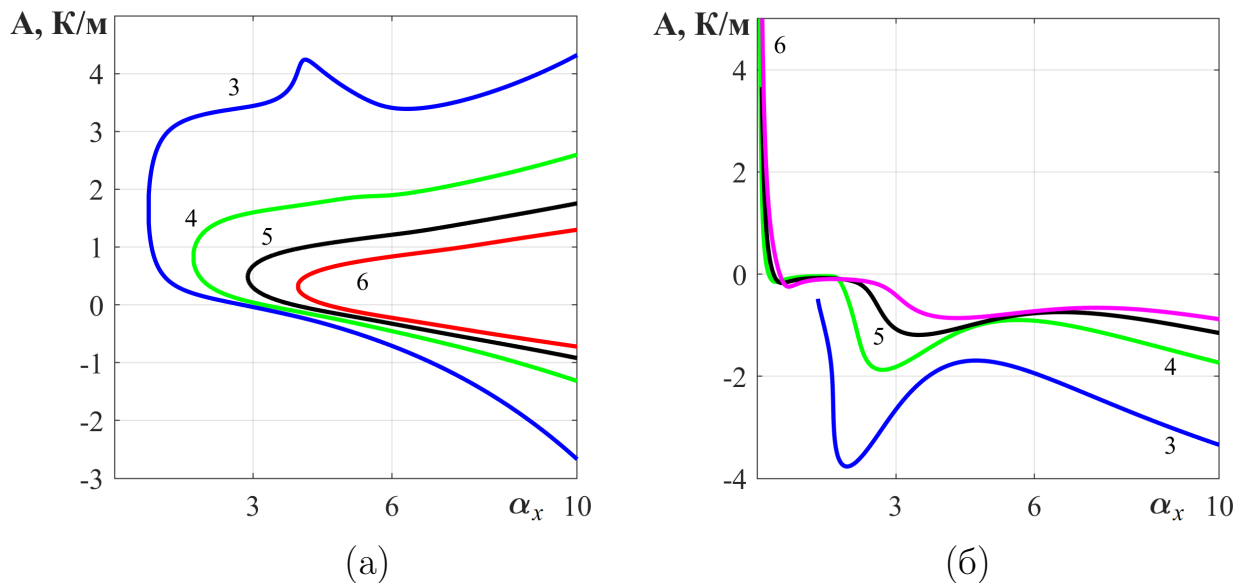


Рисунок 24 – Нейтральные кривые $A = A(\alpha_x)$, номера кривых соответствуют значениям h_2 : (а) — $h_1 = 3$ мм, (б) — $h_1 = 5$ мм

этим объясняется перестройка топологии нейтральных кривых и значительное расширение области неустойчивости. Механическое воздействие за счёт прокачки газа, которое при фиксированном R_g в системе с меньшей толщиной газового h_2 становится более интенсивным (что, в свою очередь, приводит к более интенсивному охлаждению поверхности жидкого слоя; достаточно сравнить

температуру на поверхности Γ на рисунке 7 при разных h_2), подавляет действие термокапиллярных сил и дестабилизирует систему. Таким образом, течения в системе с меньшей толщиной газопарового слоя наиболее неустойчивы (см. кривую 3 на рисунке 24(б)). С ростом h_2 , если расход R_g сохраняется тем же самым, дестабилизирующее влияние сдвиговых напряжений ослабевает, обеспечивая реализацию более устойчивых режимов течения. Заметим, что для систем с большей толщиной жидкого слоя нейтральные кривые имеют локальный минимум в области умеренных волновых чисел (рисунок 24(б)).

3.1.2. Влияние гравитации на пороговые характеристики устойчивости. Типичные формы наиболее опасных возмущений

Помимо геометрии системы значительное влияние на структуру основного течения оказывает изменение интенсивности гравитационного воздействия. Следовательно, стоит ожидать изменения характеристик устойчивости, связанных с вариациями параметра g . На рисунке 25 приведены нейтральные кривые для систем с $h_2 = 5$ мм и различной толщиной жидкого слоя h_1 , находящихся в силовых полях разной интенсивности. Области неустойчивости обозначены U_m , $m = 1, 2, 3$, индекс m соответствует номеру кривой.

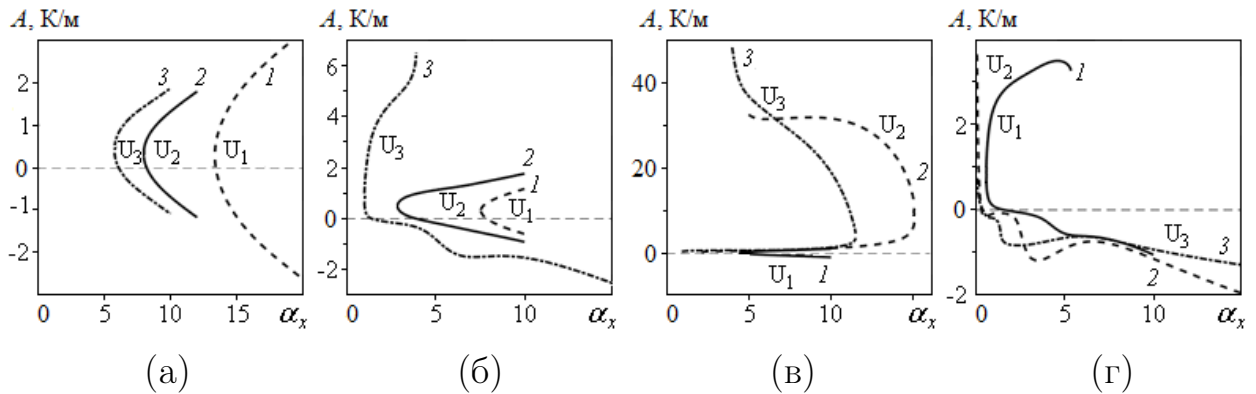


Рисунок 25 – Нейтральные кривые $A(\alpha_x)$: (а) — $h_1 = 2$ мм, кривая 1 — $g = g_0 \cdot 10^{-1}$; 2 — $g = g_0$; 3 — $g = 2g_0$; (б) — $h_1 = 3$ мм, 1 — $g = g_0 \cdot 10^{-1}$; 2 — $g = g_0$; 3 — $g = 2g_0$; (в) — $g = g_0 \cdot 10^{-1}$, 1 — $h_1 = 4$ мм; 2 — $h_1 = 5$ мм; 3 — $h_1 = 6$ мм; (г) — $g = g_0$, 1 — $h_1 = 4$ мм; 2 — $h_1 = 5$ мм; 3 — $h_1 = 6$ мм

В слабом силовом поле, как было описано выше, благодаря действию эффекта Марангони устойчивая температурная стратификация формируется не только в системах с тонким жидким слоем (см., например, рисунок 4). Этот эффект стабилизирует течения, возникающие в условиях пониженной гравита-

ции. С ростом g термокапиллярный эффект ослабевает и область неустойчивости расширяется (см. области U_1 , U_2 и U_3 на рисунках 25 (а, б)). Подобные изменения характеристик течений происходят и с увеличением толщины жидкого слоя: стабилизирующее влияние термокапиллярного эффекта теряет силу и области неустойчивости также расширяются (см. области U_1 , U_2 и U_3 на рисунках 25 (в, г)).

При изменении значений g и h_1 наблюдается смена типов наиболее опасных возмущений. Кроме того, структура возмущений может зависеть от характера тепловой нагрузки, приложенной на внешних границах (нагрев или охлаждение, в зависимости от знака продольного градиента температуры A). Поскольку тип основного течения и тепловая картина также меняются в зависимости от знака A , то механизмы неустойчивости могут существенно различаться в этих двух случаях. Далее будем обозначать области неустойчивости, соответствующие положительным и отрицательным значениям A через U^+ и U^- соответственно.

На рисунке 26 представлены возможные формы характеристических возмущений, возникающих в рассматриваемой системе. Формирование каждого типа возмущений обусловлено различными механизмами или их взаимодействием с основным течением. Так, возмущения типа I (чисто термокапиллярные структуры с двухрядной шахматной упаковкой тепловых пятен, рисунок 26 (а)) возникают в системах с устойчивой температурной стратификацией нижнего слоя либо с холодным термоклинном в жидкости. В последнем случае верхняя часть жидкого слоя (над термоклинном) стратифицирована устойчиво, а нижняя — гравитационно неустойчива (см. рисунок 5 (д)). В силу преобладающего влияния именно термокапиллярный эффект вызывает движение жидкости вдоль Γ и отвечает за формирование приповерхностных вихрей. Приведём значения и диапазоны изменения определяющих безразмерных параметров, при которых возникает данная мода неустойчивости: для системы с $h_1 = 2$ мм при $Gr = Gr_0 \cdot 10^{-1}$ и $\alpha_x = 15$ число Марангони изменяется в пределах $Ma \in [-12.42; 17.98]$; при $\alpha_x = 16$ $Ma \in [-16.47; 22.08]$. Дальнейшее увеличение волнового числа приводит к расширению области неустойчивости (см. рисунок 25 (а), область U_1). При $\alpha_x = 20$ структуры I возникают, когда $Ma \in [-27.86; 33.76]$. При $h_1 = 5$ мм или $h_1 = 6$ мм решение предсказывает появление такой моды при $Gr = Gr_0$, $Ma \in [-20.81; 0]$ и $Ma \in [-13.7; 10.7]$ соот-

ветственно для всех значений α_x , отвечающих растущим возмущениям. Однако результат для $h_1 = 5,6$ мм является формальным, поскольку течения в таких конфигурациях соответствуют режиму PF-2, который признан неосуществимым в реальных системах (см. п. 2.7).

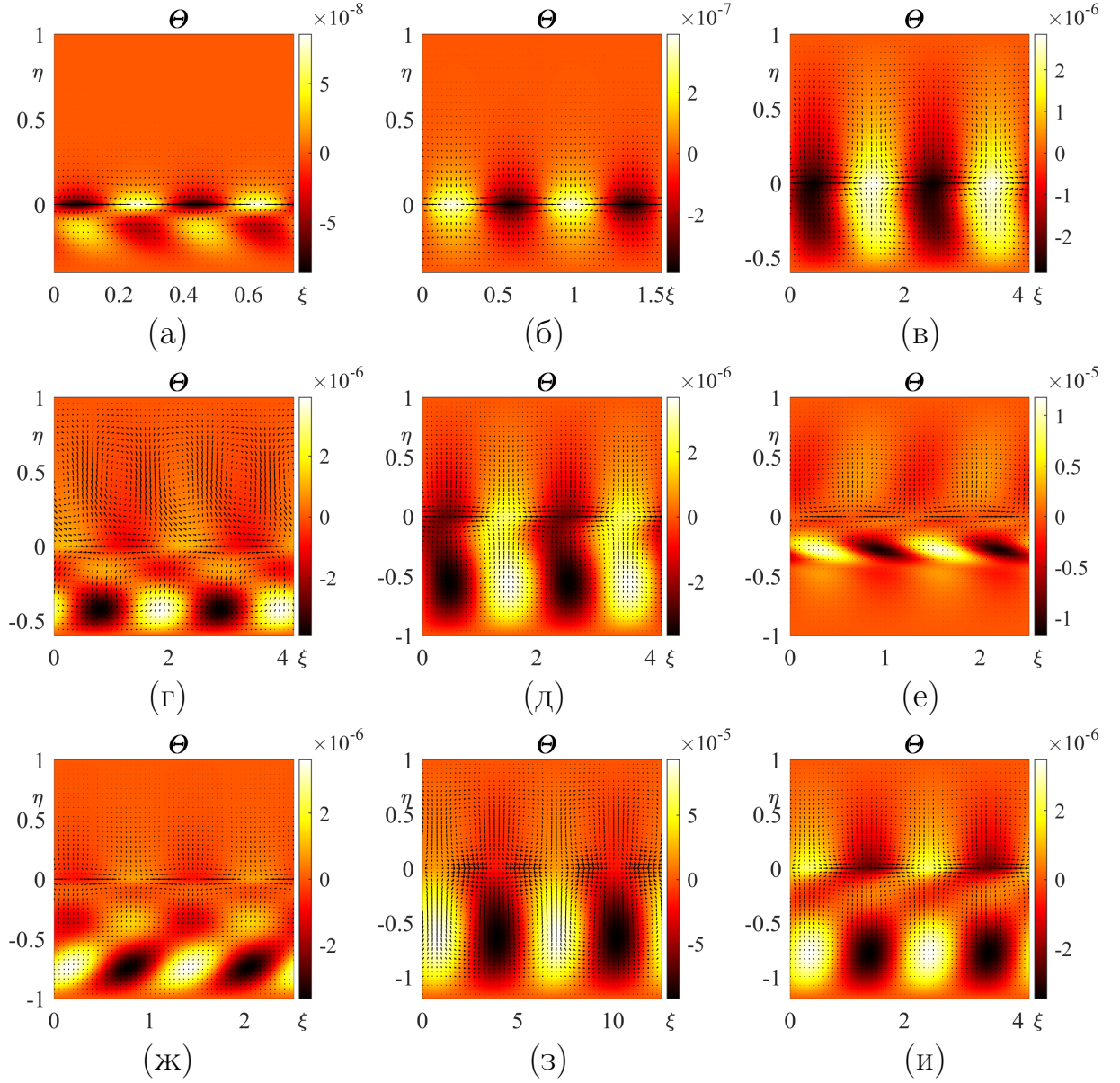


Рисунок 26 – Типичные формы возмущений при равной тепловой нагрузке, возникающие при потере устойчивости: (а) — структуры I, $h_1 = 2$ мм, $\alpha_x = 17$, $g = g_0 \cdot 10^{-1}$, $A = 2.36$ К/м; (б) — структуры II, $h_1 = 2$ мм, $\alpha_x = 8$, $g = g_0$, $A = 0.378$ К/м; (в) — структуры III, $h_1 = 3$ мм, $\alpha_x = 17$, $g = g_0 \cdot 10^{-1}$, $A = 2.36$ К/м; (г) — структуры IV, $h_1 = 3$ мм, $\alpha_x = 3$, $g = 2g_0$, $A = 4.8$ К/м; (д) — структуры V, $h_1 = 5$ мм, $\alpha_x = 3$, $g = g_0 \cdot 10^{-1}$, $A = 0.69$ К/м; (е) — структуры VI, $h_1 = 5$ мм, $\alpha_x = 5$, $g = g_0 \cdot 10^{-1}$, $A = 32.8$ К/м; (ж) — структуры VII, $h_1 = 5$ мм, $\alpha_x = 5$, $g = g_0$, $A = 2$ К/м; (з) — структуры VIII, $h_1 = 6$ мм, $\alpha_x = 1$, $g = g_0 \cdot 10^{-1}$, $A = 0.65$ К/м; (и) — структуры IX, $h_1 = 6$ мм, $\alpha_x = 3$, $g = g_0 \cdot 10^{-1}$, $A = 0.89$ К/м

Структуры типа *II* (термокапиллярные структуры с приповерхностной локализацией тепловых пятен, рисунок 26 (б)) могут появляться в системах со слабо неустойчиво стратифицированным или устойчиво стратифицированным жидким слоем. В первом случае слабое конвективное движение подавляется эффектом Марангони, но тем не менее конвективный механизм может поддерживать движение по всей высоте жидкого слоя. При этом ядра возникающих вихрей немного смещены вглубь жидкости от поверхности раздела. Учитывая доминирующий характер влияния термокапиллярного эффекта, подобные структуры также являются структурами термокапиллярного типа. В системе с $h_1 = 2$ мм эта мода возникает при $Gr = Gr_0$ и $Gr = 2Gr_0$, диапазон изменений числа Марангони также зависит от волнового числа. В условиях земной гравитации $Ma \in [2.7; 4.08]$ при $\alpha_x = 8$; $Ma \in [-4.11; 10.76]$ при $\alpha_x = 9$; $Ma \in [-7.32; 13.85]$ при $\alpha_x = 10$. При гипергравитации $Ma \in [-3.92; 12.4]$ при $\alpha_x = 7$; $Ma \in [-6.71; 15.04]$ при $\alpha_x = 8$; $Ma \in [-9.15; 17.32]$ при $\alpha_x = 9$. Дальнейшее увеличение волнового числа приводит к смене типа наиболее опасных возмущений как при нормальной, так и при гипергравитации. В системе с $h_1 = 3$ мм структуры *II* возникают при $Gr = Gr_0 \cdot 10^{-1}$, если $Ma \in [-0.65; 6.85]$ и $\alpha_x = 8$; $Ma \in [-4.05; 9.94]$ и $\alpha_x = 9$; при $Gr = 2Gr_0$ данная мода реализуется, если $Ma \in [-1.14; 0]$ и $\alpha_x = 2$; $Ma \in [-8.48; 0]$ и $\alpha_x = 5$. Дальнейшее увеличение α_x также приводит к смене формы наиболее опасных возмущений.

Образование крупномасштабных структур *III* (рисунок 26 (в)) может быть вызвано взаимодействием термокапиллярного и конвективного механизмов в системах со слабо неустойчивой стратификацией в жидком слое. При этом первый механизм приводит к движению жидкости у поверхности раздела, которое затем усиливается вторым. Ядра возникающих вихрей расположены внутри жидкого слоя, при этом у тепловых структур ядра локализованы на границе раздела. Данные структуры не наблюдаются в системах с большой толщиной нижнего слоя. Для системы с $h_1 = 3$ мм и $Gr = Gr_0$ при изменении волнового числа от 3 до 6 диапазон чисел Марангони расширяется от $[3.11; 7.12]$ до $[-3.45; 12.8]$ (см. рисунок 25 (б), область U_2). В случае, когда $h_1 = 4$ мм, структуры типа *III* формируются при $Gr = Gr_0 \cdot 10^{-1}$, если $Ma \in [0.94; 6.43]$ и $\alpha_x = 5$; $Ma \in [-1.19; 8.0]$ и $\alpha_x = 6$; при $Gr = Gr_0$, если α_x изменяется от 1 до 3 и Ma лежит в диапазонах $[1.03; 1.4]$ и $[-1.05; 0]$ соответственно (см. рисунок 25 (г)),

область U_1). При дальнейшем увеличении волнового числа в системах образуются возмущения другой формы.

Деформированные структуры с шахматной упаковкой тепловых пятен типа IV (рисунок 26 (г)) возникают в системах с холодным термоклинном в жидком слое, когда основное течение относится к смешанному типу (возвратное течение образуется только вблизи поверхности раздела). Для данного типа возмущений характерно шахматное расположение температурных ячеек в жидкости, при этом тепловые структуры в верхнем ряду аналогичны структурам типа I , а нижний ряд формируется благодаря конвективному механизму. Такие возмущения наблюдаются только в случае нормальной или повышенной гравитации для систем с $h_1 = 4$ и $h_1 = 3$ мм соответственно. В первом случае $Gr = Gr_0$, волновое число изменяется от 1 до 5, а числа Марангони меняются в диапазонах $[0; 24.76]$ и $[0; 36.66]$. Во втором случае данная мода наблюдается при $Gr = 2Gr_0$, при этом $Ma \in [0; 43.01]$, если $\alpha_x = 2$, и $Ma \in [0; 51.62]$, если $\alpha_x = 3$.

Структуры смешанного типа V с тепловыми пятнами, ядра которых локализованы внутри жидкого слоя (рисунок 26 (д)), образуются в системах с достаточно большой толщиной нижнего слоя, в приповерхностной части которого формируется холодный термоклин, из-за чего большая часть жидкости неустойчиво стратифицирована. Таким образом, эти структуры возникают благодаря конвективному механизму. Для случая $h_1 = 5$ мм, $Gr = Gr_0 \cdot 10^{-1}$ такие возмущения реализуются если $Ma < 7.37$, $\alpha_x = 3$ и $Ma < 8.14$, $\alpha_x = 4$.

Деформированные приповерхностные вихревые структуры VI (рисунок 26 (е)) возникают в системах с достаточно большой толщиной жидкого слоя и горячим термоклинном внутри него. Подобные режимы течений возникают при большой внешней тепловой нагрузке. В тонком приповерхностном слое образуется неустойчивая температурная стратификация, что приводит к возникновению конвективного движения в этой полосе. Из-за существенной положительной тепловой нагрузки в жидкости возникает интенсивное возвратное течение, которое деформирует появляющиеся структуры. Такие возмущения возникают только при пониженной гравитации, $Gr = Gr_0 \cdot 10^{-1}$, в системах с $h_1 = 5$ мм, если $\alpha_x = 15$ и $Ma = 134.81$, и с $h_1 = 6$ мм, если $\alpha_x = 11$, а $Ma = 122.21$. Следует отметить, что при больших Ma для каждого значения h_1 исследуемое точное решение предсказывает физически неправдоподобные значения концентрации. В связи с этим, области неустойчивости U_2 и U_3 , расположенные выше

кривых 2 и 3 на рисунке 25(в), в которых реализуются данные структуры, представляют сугубо теоретический интерес, являясь формальным решением задачи об устойчивости.

Двухрядные вихревые структуры VII (рисунок 26(ж)) порождаются конвективным механизмом в системах с неустойчиво стратифицированной жидкостью. Такие возмущения наблюдаются только для течений пуазейлевского типа в условиях нормальной или повышенной гравитации. Тепловые ячейки деформируются (растягиваются) в направлении основного течения, и два ряда вихревых структур с противоположной циркуляцией возникают за счёт взаимодействия возмущений с основным потоком. Данные моды возникают в системах с $h_1 = 5$ мм при $Gr = Gr_0$ и $Ma > 0$ для всех рассматриваемых значений волновых чисел.

Классические конвективные ячейки VIII (рисунок 26(з)) формируются в неустойчиво стратифицированной жидкости. Такие возмущения наблюдаются в системе с $h_1 = 6$ мм при малых значениях теплового градиента $A > 0$, когда термокапиллярный эффект полностью подавляется гравитацией, а поверхность раздела охлаждается из-за испарения, индуцируемого продувом газа. Только длинноволновые возмущения ($\alpha_x \leq 1.1$) приводят к появлению таких структур при $Ma \leq 6.92$.

Наконец, выделяются структуры смешанного типа IX с трёхрядной упаковкой тепловых пятен (рисунок 26(и)), имеющие некоторое сходство с модами IV. Возмущения этого вида возникают при следующих условиях: толщина нижнего слоя $h_1 = 6$ мм, в жидкости присутствует холодный термоклин и система находится в слабом гравитационном поле. Они наблюдаются в достаточно узком диапазоне волновых чисел $2 \leq \alpha_x \leq 4$ и тепловых нагрузок, таких, что возникающее приповерхностное возвратное течение остается слабым. Характерной особенностью этого режима неустойчивости является наличие чётко различимых двойных тепловых пятен с ядрами на поверхности раздела и внутри жидкости. Такая структура тепловых возмущений определяется сосуществованием термокапиллярного эффекта и неустойчивой температурной стратификации в нижней части жидкого слоя. Эффект Марангони достаточно слаб для формирования полностью возвратного течения, но его воздействия достаточно для формирования термокапиллярных структур на поверхности раздела. Наличие холодного термоклина в жидкости приводит к образованию тепловых пе-

ремычек. Для рассматриваемой системы такие возмущения формируются при $Gr = Gr_0 \cdot 10^{-1}$ в случае, когда $\alpha_x = 2$ и $Ma < 9.17$; $\alpha_x = 3$ и $Ma < 9.62$; $\alpha_x = 4$ и $Ma < 9.77$ (см. область U_3 ниже кривой $\mathcal{I}$ в указанном диапазоне значений α_x на рисунке 25 (в)).

Результаты анализа типичных форм возникающих неустойчивостей систематизированы в таблице 10, где для всех рассмотренных значений толщин жидкого слоя h_1 и g приводятся типы соответствующих возмущений и определённые закономерности последовательного перехода от одного типа мод к другому при изменении волнового числа α_x . Символы (*) и (**) указывают на то, что с увеличением волнового числа α_x имеет место переход к структурам типа I и IX соответственно. Для систем с $h_1 = 4, 5, 6$ мм условия гипергравитации не рассматривались в силу упомянутой в п. 2.1 ограниченной области применимости изучаемого точного решения.

Таблица 10 – Типичные формы наиболее опасных возмущений

h_1 , мм	U	$g_0 \cdot 10^{-1}$	g_0	$2g_0$
2	U^+	I	II , (*)	II , (*)
	U^-	I	II , (*)	II , (*)
3	U^+	II , (*)	III , (*)	IV
	U^-	II , (*)	III , (*)	II , (*)
4	U^+	III , (*)	IV	—
	U^-	III , (*)	III , (*)	—
5	U^+	VI	VII	—
	U^-	V , (*)	I (формально)	—
6	U^+	VI	I (формально)	—
	U^-	$VIII$, (**), (*)	I (формально)	—

На основе проведённого анализа можно заключить, что в условиях пониженной гравитации, когда основной формой движения является конвекция Марангони, поддерживающая возвратные течения и устойчивую температурную стратификацию в жидком слое, реализуется термокапиллярная неустойчивость. С увеличением толщины слоя и интенсивности гравитационного воздействия влияние термокапиллярного эффекта ослабевает, в жидкости формируются тепловые поля с неустойчивой стратификацией. При этом в различных конфигурациях может наблюдаться сосуществование термокапиллярного и конвективного механизмов неустойчивости, которому отвечают разные формы наиболее опасных характеристических возмущений. В зависимости от типа

основного течения, толщины жидкого слоя и интенсивности гравитационного воздействия выделяются термокапиллярные, вихревые и конвективные структуры различной топологии, формирование которых сопровождается образованием тепловых структур с разной локализацией.

Можно видеть, что для всех рассматриваемых конфигураций существует тепловая нагрузка, характеризуемая градиентами $A_j = A$, при которой основное течение теряет устойчивость. Заметим, что конвективные течения, сопровождаемые испарением, неустойчивы относительно коротковолновых возмущений при сколь угодно малых значениях A . В системах без испарения течения, индуцированные совместным действием продольных градиентов температуры и градиентов давления, могут быть устойчивы относительно коротковолновых возмущений в некотором диапазоне тепловых нагрузок [105, 106]. Таким образом, массоперенос через границу раздела за счёт испарения/конденсации имеет дестабилизирующее влияние.

3.2. Влияние поперечного перепада температуры

При ненулевом поперечном перепаде температур ϑ_* может существенно меняться структура теплового поля, а следовательно и характеристики устойчивости. Причём потенциально устойчивая стратификация (при $\vartheta_* < 0$) не гарантирует устойчивости основного течения, поскольку наличие внутренней границы раздела может приводить к возникновению термокапиллярной неустойчивости [112]. В условиях фазового перехода появляется дополнительный механизм, связанный с формированием неустойчивой температурной стратификации в жидком слое за счёт испарения, который может вызывать кризис течения. Характер влияния поперечного перепада температуры на устойчивость двухслойного течения с испарением изучается на примере системы с $\vartheta^- = 293.15$ K и $\vartheta_* = \pm 1$ (соответствуют случаям $\vartheta^+ = 292.15$ K и $\vartheta^+ = 294.15$ K).

Оказалось, что при нагреве снизу с $\vartheta_* = 1$ даже такой незначительный поперечный перепад температур дестабилизирует течение, существенно расширяя область неустойчивости. Достаточно сравнить нейтральные кривые 1 и 2 на рисунке 27 (области неустойчивости лежат справа от указанных кривых) и критические значения волновых чисел ($\alpha_x^* = 2.265$, $A = 0.618$ K/м при $h_1 = 2$ мм; $\alpha_x^* = 0.58$, $A = 0.247$ K/м при $h_1 = 3$ мм) с соответствующими значениями,

полученными для случая равной тепловой нагрузки (см. п. 3.1.1). Отметим, что нагреваемая снизу двухслойная жидкость стратифицирована неустойчиво и потеря устойчивости происходит под действием конвективного механизма.

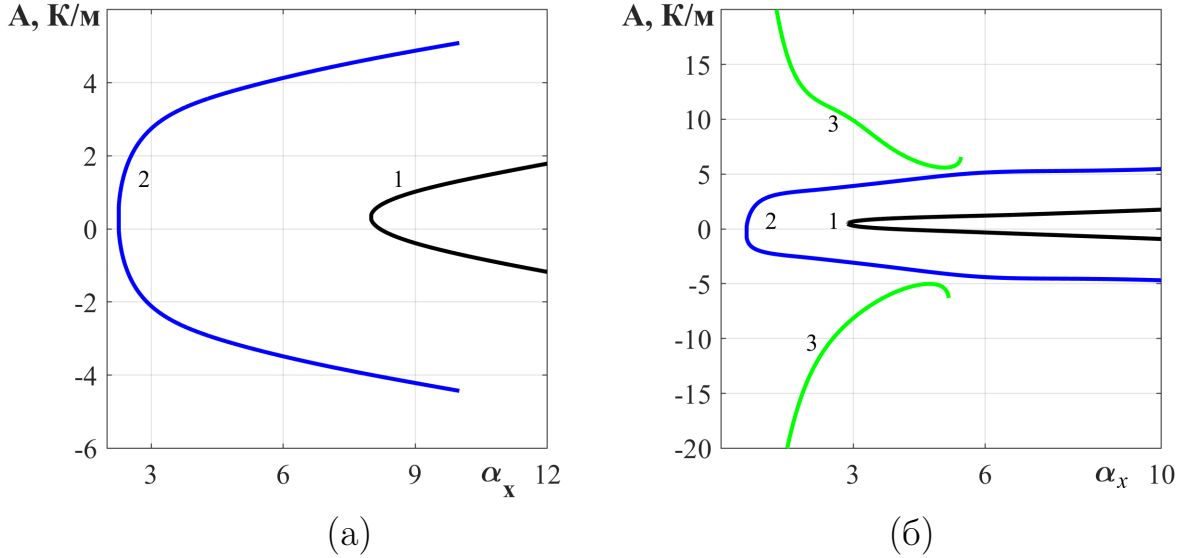


Рисунок 27 – Нейтральные кривые $A(\alpha_x)$: (а) — $h_1 = 2$ мм; (б) — $h_1 = 3$ мм; кривая 1 — $\vartheta_* = 0$, 2 — $\vartheta_* = 1$, 3 — $\vartheta_* = -1$

Нагрев сверху ($\vartheta_* = -1$) оказывает стабилизирующее влияние. В условиях когда верхняя стенка канала горячее нижней, для системы с $h_1 = 2$ мм не удалось построить нейтральную кривую в области физически разумных значений A . В случае когда толщина жидкого слоя $h_1 = 3$ мм, нейтральная кривая 3 имеет две ветви, такие, что при $A > 0$ область неустойчивости лежит выше кривой, а при $A < 0$ — ниже. Экстремумы верхней и нижней ветви имеют координаты $(\alpha_x^*, A_{cr}^+) = (5.07, 5.589)$ и $(\alpha_x^*, A_{cr}^-) = (4.73, -5.014)$ соответственно. Таким образом, при $\vartheta_* = -1$ и $A \in [A_{cr}^-; A_{cr}^+]$ возможна реализация устойчивых режимов во всём рассматриваемом диапазоне значений волновых чисел. Неустойчивыми являются конфигурации, в которых на границе раздела Γ и в приповерхностной зоне возникает горячий термоклин (см. пример режима на рисунке 2 (г–е)). Формирование горячего термоклина обеспечивает устойчивую температурную стратификацию в жидком слое (температура на поверхности жидкости выше, чем на подложке) и неустойчивую — в парогазовом. Конвективное движение в газовой фазе вызывает, вследствие неразрывности среды, движение в приповерхностном слое, которое, в свою очередь, порождает термическое возмущение на границе раздела. Благодаря термокапиллярному эффекту жидкость растекается от горячего возмущённого пятна и «притека-

ет» к холодному. Над холодным пятном газ начинает двигаться вверх (в силу сплошности), доставляя холодные объёмы к верхней границе и вызывая дальнейшее понижение температуры над холодной зоной. От горячей верхней стенки опускается более горячий газ, тем самым доставляя дополнительное тепло к горячему пятну. Это приводит к более интенсивному движению вдоль границы в горизонтальном направлении и потере устойчивости основного состояния. Таким образом, при отрицательном перепаде температур неустойчивость течения обусловлена сосуществованием двух механизмов — порождающего конвективного и вторичного термокапиллярного.

В системе с $h_1 = 4$ мм изменяется баланс сил, стабилизирующее влияние термокапиллярного эффекта ослабевает. В случае когда температура нижней стенки выше, чем верхней, имеет место конвективная неустойчивость. Диапазон значений A , при которых течение теряет устойчивость, расширяется (сравните кривые 1 и 2 на рисунке 28; область неустойчивости лежит справа от кривых). Если реализуется тепловая нагрузка с $\vartheta_* = -1$, то в области малых температурных градиентов течение устойчиво относительно возмущений с любой длиной волны из рассматриваемого диапазона. Область неустойчивости лежит над верхней ветвью кривой 3 при положительных градиентах A и ниже кривой 3 при $A < 0$ (см. рисунок 28). Следует отметить, что нижняя ветвь нейтральной кривой 3 представляет лишь формальное решение задачи об устойчивости, поскольку при $A < 0$ точное решение предсказывает формирование течений типа PF-2. В области неустойчивости, определяемой верхней ветвью нейтральной кривой 3, реализуется течение смешанного типа с холодным термоклином внутри жидкой фазы. Оно теряет устойчивость за счёт совместного действия конвективного и термокапиллярного механизмов: первый формирует придонную конвектирующую зону, второй — порождает горизонтальные движения на границе раздела в зонах, где возникают малые тепловые возмущения вблизи межфазной границы. Локальный минимум верхней ветви кривой 3 имеет координаты $(\alpha_x^*, A_{cr}^+) = (4.95, 1.34)$.

Значения фазовых скоростей ω_p волн, возникающих при ненулевом поперечном перепаде температур, приведены в таблице 11. Для удобства сравнения указаны и значения ω_p для возмущений, реализующихся в условиях равной тепловой нагрузки, когда $\vartheta_* = 0$. Можно видеть, что дополнительная температурная накачка приводит к росту фазовой скорости. Кроме того, при отрица-

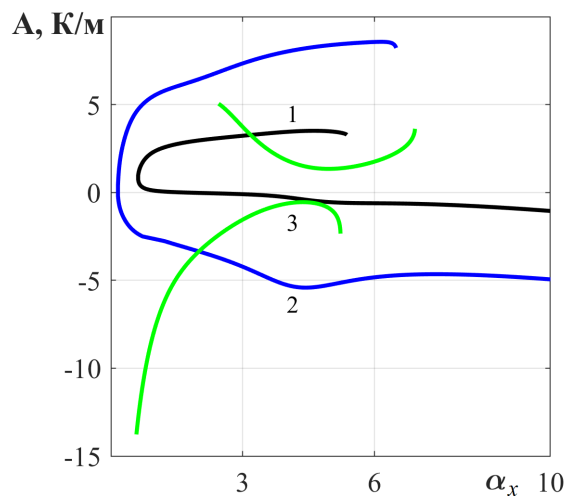


Рисунок 28 – Нейтральные кривые $A(\alpha_x)$ в системе с $h_1 = 4$ мм: 1 – $\vartheta_* = 0$, 2 – $\vartheta_* = 1$, 3 – $\vartheta_* = -1$

тельных A нагрев сверху обеспечивает условия для смены направления дрейфа возникающих структур.

Таблица 11 – Значения фазовых скоростей ω_p , мм/с, возмущений при различных значениях заданного поперечного перепада температуры ϑ_* , К, в системе с $h_1 = 4$ мм

$\vartheta_* \backslash \alpha_x$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
–1	–6.732	–2.895	2.109 –1.511	1.424 –0.990	1.186 –0.760	1.023				
0	0.399 0.240	0.477 0.246	0.482 0.280	0.479 0.380	0.475 0.469	0.451	0.428	0.425	0.438	0.463
1	0.706 –0.036	0.760 0.672	0.793 1.136	0.835 1.471	0.857 1.350	0.860 1.125	1.014	0.979	0.987	1.018

Типичные формы наиболее опасных возмущений, приводящих к потере устойчивости, для случаев $\vartheta_* = 1$ (нагрев снизу) и $\vartheta_* = -1$ (нагрев сверху) в системе с толщиной жидкого слоя $h_1 = 3$ мм представлены на рисунках 29 и 30 соответственно. Потеря устойчивости под действием длинноволновых возмущений сопровождается появлением конвективных ячеек, при этом форма гидродинамических возмущений не зависит от типа тепловой нагрузки (нагрев или охлаждение стенок) и представляет собой вихри с попарно противоположной циркуляцией. Форма тепловых возмущений может меняться в зависимости от знака A . При положительной ($A > 0$) тепловой нагрузке на стенках канала возникают чередующиеся тепловые пятна, деформированные основным течением (структуры X на рисунке 29(а)). При $A < 0$ тепловые пятна локализованы

в приповерхностной зоне жидкого слоя, и за счёт конвекции тепло интенсивно переносится поперёк парогазового слоя (структуры *XI* на рисунке 29 (б)).

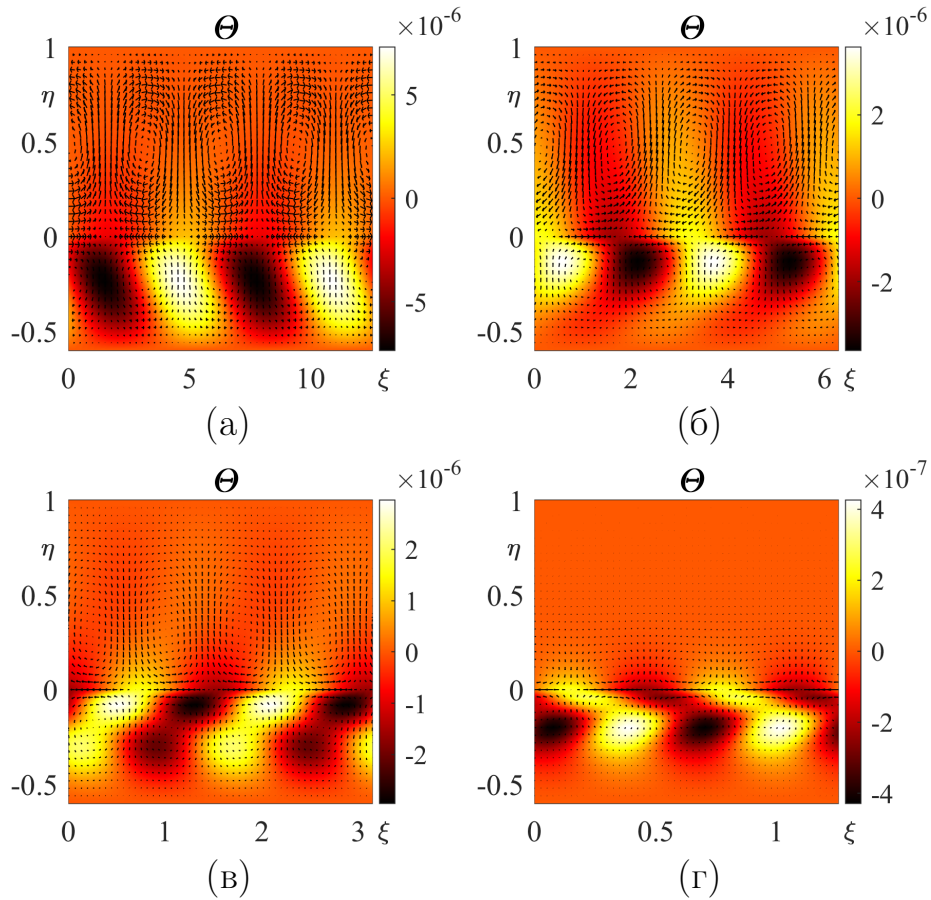


Рисунок 29 – Типичные формы возмущений в нагреваемой снизу системе при $\vartheta_* = 1$, $h_1 = 3$ мм: (а) — структуры *X*, $\alpha_x = 1$, $A = 2.73$ К/м; (б) — структуры *XI*, $\alpha_x = 2$, $A = -2.43$ К/м; (в) — структуры *XII*, $\alpha_x = 4$, $A = 4.28$ К/м; (г) — структуры *XIII*, $\alpha_x = 10$, $A = -4.49$ К/м

С увеличением α_x конвективные ячейки сменяются структурами смешанного типа *XII* (рисунок 29 (в)), которые отвечают сосуществованию конвективного и термокапиллярного механизмов неустойчивости. Тепловые пятна в жидкости расщепляются и имеют двухрядную упаковку. Верхние ядра сносятся основным течением за счёт термокапиллярного растекания, а нижние дрейфуют в центральной части жидкого слоя и возникают благодаря конвективному механизму, поскольку основное течение характеризуется формированием горячего термоклина внутри жидкости. Коротковолновые возмущения приводят к возникновению мелкомасштабных вихревых структур вблизи межфазной границы в обеих средах. В жидкости ядра вихрей совмещены с ядрами тепловых возмущений, локализованных внутри объёмной фазы (структуры *XIII* на рисунке 29 (г)), а второй ряд слабо выраженных тепловых пятен проявляется на

границе раздела, вызывая интенсивное термокапиллярное движение вдоль границы раздела из горячих зон в области с меньшей температурой.

В условиях когда верхняя стенка горячее нижней, неустойчивость проявляется в форме структур *XIV* и *XV* (см. рисунок 30). Для первых характерно сосуществование конвективных ячеек в газопаровом слое и слабо-конвектирующих вихрей в жидком, формирование которых сопровождается

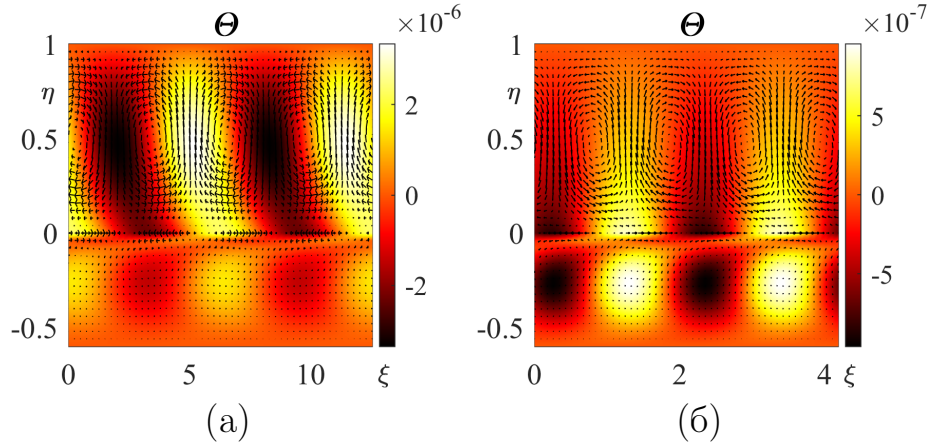


Рисунок 30 – Типичные формы возмущений в нагреваемой сверху системе при $\vartheta_* = -1$, $h_1 = 3$ мм: (а) — структуры *XIV*, $\alpha_x = 1$, $A = 28.28$ К/м; (б) — структуры *XV*, $\alpha_x = 3$, $A = 10.10$ К/м

образованием тепловых структур, деформированных основным течением. Подобная локализация гидродинамических структур и форма термических возмущений обеспечиваются основным тепловым полем с горячим термоклинном на межфазной границе, устойчивой температурной стратификацией в нижнем слое и неустойчивой — в верхнем. Структуры *XV* возникают благодаря действию термокапиллярного эффекта, порождающего движение вдоль межфазной границы, и сплошности среды, которая поддерживает перенос тепла и массы в вертикальном направлении.

3.3. Случай теплоизолированной верхней границы

Теплоизоляция верхней границы моделируется граничным условием (1.10). В этом случае необходимо изменить соответствующее граничное условие в задаче для амплитуд нормальных возмущений: в (1.30) вместо равенства $\Theta_2 = 0$ при $\eta = 1$ будем требовать выполнения условия $\Theta'_2 + \alpha_C S' = 0$. На рисунке 31 представлены результаты расчётов, выполненных при $g = g_0$, $R_g = R_0$.

О влиянии граничного теплового режима на параметры устойчивости основного течения можно судить, сравнивая полученные результаты с теми, что были представлены в п. 3.1.1 для случая, когда на верхней стенке канала приложена тепловая нагрузка, распределённая по линейному закону (1.8) (см. рисунки 22 (а) и 24 и таблицу 9). На основе сравнительного анализа можно заключить следующее:

- ◇ для систем с толщиной жидкого слоя, не превышающего 4 мм, наблюдается слабый сдвиг нейтральных кривых в длинноволновую область. Дальнейший рост h_1 приводит к незначительному смещению нейтральных кривых в область коротких волн;
- ◇ в случае тонких слоёв теплоизоляция верхней стенки имеет слабое стабилизирующее влияние. Области неустойчивости, лежащие справа от кривых на рисунке 31 (а), сужаются (т. е. потеря устойчивости происходит в меньшем диапазоне изменений градиентов A), заметная стабилизация имеет место в случае коротковолновых возмущений. При этом фазовые скорости коротковолновых возмущений ниже тех, что реализуются в системе с граничным тепловым режимом (1.8);
- ◇ с увеличением толщины h_1 происходит перестройка топологии нейтральных кривых, аналогичная той, что описана для случая, когда на верхней стенке заданы граничные условия первого рода. При этом сохраняется стабилизирующее влияние граничного режима, моделируемое условием второго рода, а локальные минимумы нейтральных кривых достигаются при больших значениях волновых чисел (достаточно сравнить кривые 4, 5, 6 на рисунках 24 (б) и 31 (в)). Вместе с этим фазовые скорости коротковолновых возмущений выше соответствующих значений ω_p , характерных для системы с линейным нагревом верхней стенки.

В качестве примера, подтверждающего выводы, в таблице 12 приведены значения критических волновых чисел α_x^* наиболее опасных возмущений и соответствующие значения продольных температурных градиентов A , полученные при решении задач об устойчивости точного решения с разными типами граничных условий для функции температуры на верхней стенке для одной из

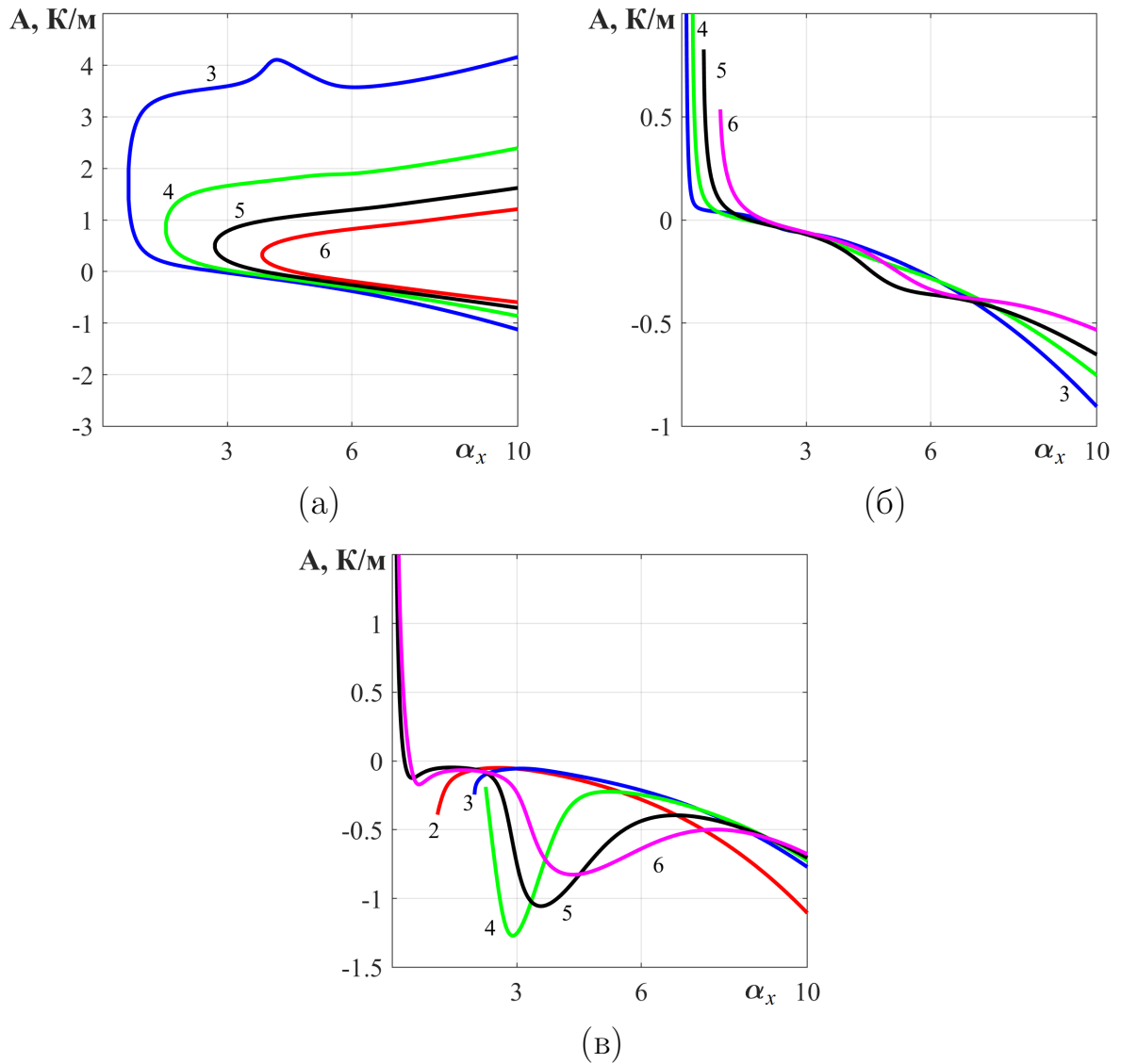


Рисунок 31 – Нейтральные кривые $A(\alpha_x)$ в системе с теплоизолированной верхней границей при различных толщинах слоёв, номера кривых соответствуют значениям h_2 : (а) — $h_1 = 3 \text{ мм}$, (б) — $h_1 = 4 \text{ мм}$, (в) — $h_1 = 5 \text{ мм}$

рассмотренных конфигураций. Таблица 13 содержит значения фазовых скоростей волн, возникающих в системе с теплоизолированной верхней стенкой при различной толщине жидкого слоя.

По-видимому, стабилизирующее влияние рассматриваемого граничного теплового режима связано с тем, что в газовом слое, контактирующем с теплоизолированной верхней стенкой, практически отсутствуют поперечные перепады температуры (см. примеры тепловых полей на рисунке 13). Таким образом, не возникает условий для интенсивного конвективного движения в газовом слое, которое в конечном итоге может дестабилизировать всю двухслойную систему (см. описание механизма в п. 3.2). Для неустойчиво стратифицированных кон-

Таблица 12 – Значения критических волновых чисел α_x^* и соответствующих значений продольного градиента A , К/м, для системы с $h_1 = 3$ мм при различных значениях толщины газопарового слоя h_2 , мм, и граничных температурных режимах на верхней стенке канала

h_2 , мм	$h_1 = 3$ мм, граничное условие (1.8)	$h_1 = 3$ мм, граничное условие (1.10)
3	$\alpha_x^* = 0.74$ $A = 1.895$	$\alpha_x^* = 0.62$ $A = 1.992$
4	$\alpha_x^* = 1.71$ $A = 0.907$	$\alpha_x^* = 1.52$ $A = 0.936$
5	$\alpha_x^* = 2.88$ $A = 0.504$	$\alpha_x^* = 2.7$ $A = 0.534$
6	$\alpha_x^* = 3.97$ $A = 0.353$	$\alpha_x^* = 3.84$ $A = 0.350$

Таблица 13 – Значения фазовых скоростей ω_p , мм/с, возмущений для различных толщин жидкого слоя h_1 , мм, при теплоизолированной верхней границе

α_x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$h_1 = 3$			0.076 0.137	0.054 0.167	0.044 0.194	0.025 0.229	−0.018 0.266	−0.059 0.299	−0.093 0.329	−0.127 0.361
$h_1 = 4$	0.239	0.246	0.274	0.346	0.418	0.410	0.393	0.389	0.396	0.411
$h_1 = 5$	0.356	0.411	0.699	0.595	0.533	0.474	0.433	0.407	0.387	0.369

фигураций с однородным вертикальным температурным градиентом (см. пример режима на рисунке 13 (ж – и)), основным механизмом неустойчивости остаётся конвективный механизм. Именно поэтому системы с большей толщиной h_1 неустойчивы относительно возмущений практически с любой длиной волны при малых отрицательных и положительных значениях A , обеспечивающих формирование такой полностью неустойчивой температурной стратификации во всей двухфазной системе.

3.4. Влияние кинематических характеристик газового потока

Поскольку изучаемое точное решение (1.5) используется для описания течений в условиях слабого испарения, индуцируемого не значительными тепловыми нагрузками, а продувом газа, то одной из важных характеристик, определяющей параметры конвективных режимов в двухфазной системе, является скорость газового потока, в который происходит испарение. Как было показано

в п. 2.5, при фиксированной толщине h_2 скорость газа определяется величиной задаваемого расхода R_g . На рисунке 32 представлены результаты исследования влияния расхода R_g на пороговые характеристики устойчивости двухслойного течения, полученные на примере системы с толщиной газового слоя $h_2 = 5$ мм.

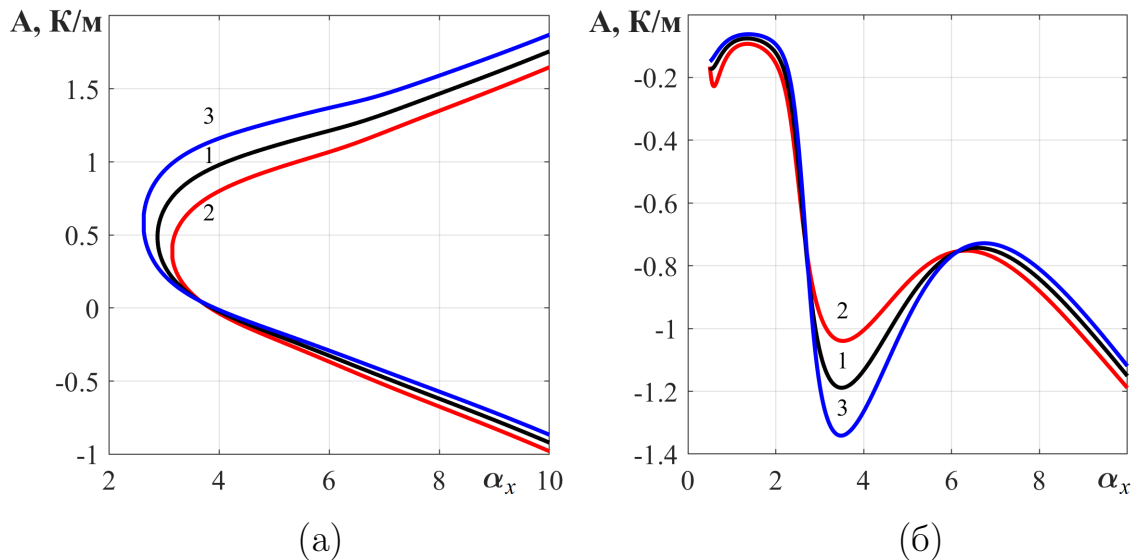


Рисунок 32 – Нейтральные кривые $A = A(\alpha_x)$ при различных значениях расхода газа R_g : (а) — $h_1 = 3$ мм; (б) — $h_1 = 5$ мм; кривая 1 — $R_g = R_0$, 2 — $R_g = 0.8R_0$, 3 — $R_g = 1.2R_0$

Из графиков видно, что имеет место непрямая зависимость критических характеристик устойчивости от расхода R_g . В системе с малой толщиной жидкого слоя h_1 велико влияние термокапиллярного эффекта, который при положительных значениях температурного градиента A обеспечивает течение жидкости вдоль Γ в направлении, противоположном действию касательных напряжений, вызванных прокачкой газа. Для таких конфигураций увеличение расхода газа имеет дестабилизирующее влияние (рисунок 32 (а), область неустойчивости лежит справа от кривых). При тепловой нагрузке с $A < 0$ происходит перестройка поля скорости, направление течения на поверхности жидкости совпадает с направлением продува газа, и при A , меньших некоторого значения A_R , с увеличением скорости прокачки наблюдается слабая стабилизация течения (на это указывает изменение положения нейтральных кривых друг относительно друга на рисунке рисунок 32 (а)). Например, в системе с $h_1 = 3$ мм при изменении R_g в диапазоне $[0.8R_0; 1.2R_0]$ градиент A_R увеличивается от 0.04 до 0.05 К/м.

Изменения пороговых характеристик устойчивости, вызванные влиянием кинематических характеристик газового потока, в системе с большей толщиной h_1 , когда влияние термокапиллярного эффекта значительно слабее, отражены на рисунке 32 (б) (области неустойчивости лежат выше кривых). Каждая нейтральная кривая имеет локальный минимум (α_x^*, A_{cr}^*) , определяющий критическую тепловую нагрузку, приводящую к потере устойчивости основного течения в системе при соответствующих значениях R_g : $(\alpha_x^*, A_{cr}^*) = (3.53, -1.04)$ при $R_g = 0.8R_0$, $(\alpha_x^*, A_{cr}^*) = (3.5, -1.189)$ при $R_g = R_0$, $(\alpha_x^*, A_{cr}^*) = (3.49, -1.341)$ при $R_g = 1.2R_0$. Видно, что в некоторой окрестности точки экстремума (α_x^*, A_{cr}^*) увеличение R_g имеет заметное дестабилизирующее влияние. Однако вне этой окрестности пороговые характеристики слабо меняются, при этом, как в длинноволновой, так и в коротковолновой области, рост скорости прокачки стабилизирует течение. Более устойчивыми являются конфигурации, при которых направление течения жидкости на поверхности Γ , переносящего тепло из горячей области в холодную, совпадает с направлением прокачки газа. Можно утверждать, что имеет место кумулятивный эффект, когда стабилизирующее действие термокапиллярного эффекта усиливается сонаправленным действием дополнительных касательных напряжений. Неустойчивость в области положительных значений A объясняется слабым проявлением термокапиллярного эффекта, который подавляется действием касательных напряжений, индуцируемых газовым потоком.

О влиянии расхода газа на колебательные характеристики неустойчивости можно судить по изменениям величины λ_r . На рисунке 33 для примера представлены зависимости $\lambda_r(\alpha_x)$ для случая $h_1 = 3$ мм. Значения фазовой скорости возмущений, возникающих при рассматриваемых значениях расхода газа в системе с $h_1 = 3$ мм, приведены в таблице 14. В случае сонаправленного действия термокапиллярного эффекта и сдвиговых напряжений ($A < 0$, жидкость вдоль границы движется в направлении газового потока) фазовая скорость растёт с увеличением скорости прокачки газа, при разнонаправленном действии указанных механизмов ($A > 0$, направление течения в приповерхностном слое жидкости противоположно направлению продува) — падает.

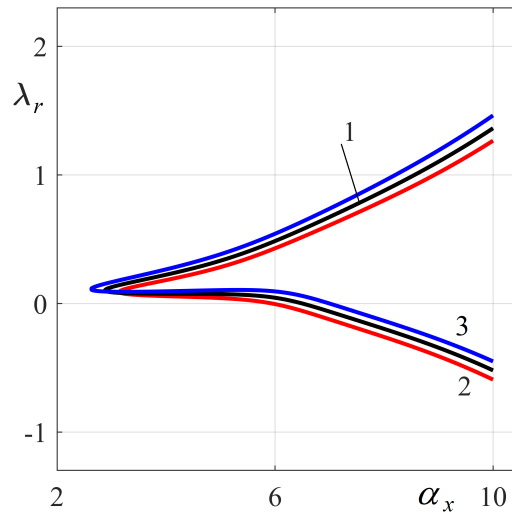


Рисунок 33 – Зависимости $\lambda_r(\alpha_x)$ в системе с толщиной жидкого слоя $h_1 = 3$ мм при различных значениях расхода газа R_g : 1 – $R_g = R_0$, 2 – $R_g = 0.8R_0$, 3 – $R_g = 1.2R_0$

Таблица 14 – Значения фазовых скоростей возмущений ω_p , мм/с, при различных значениях расхода газа R_g в системе с $h_1 = 3$ мм

α_x	$R_g = 0.8R_0$	$R_g = R_0$	$R_g = 1.2R_0$
3		0.087 0.127	0.096 0.166
4	0.043 0.137	0.057 0.168	0.071 0.199
5	0.025 0.170	0.044 0.200	0.062 0.230
6	-0.002 0.215	0.022 0.243	0.047 0.271
7	-0.053 0.261	-0.027 0.288	$1.4 \cdot 10^{-4}$ 0.316
8	-0.098 0.301	-0.074 0.329	-0.050 0.357
9	-0.137 0.339	-0.114 0.368	-0.093 0.637
10	-0.177 0.380	-0.156 0.409	-0.135 0.439

Глава 4. УСТОЙЧИВОСТЬ ДВУХСЛОЙНЫХ ТЕЧЕНИЙ С ИСПАРЕНИЕМ. ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ

В настоящей главе приводятся результаты исследования устойчивости точного решения (1.5) относительно пространственных возмущений. Для трёхмерной задачи об устойчивости, полученной в п. 1.2.2, не удалось построить аналог преобразования Сквайра, сводящего её к эквивалентной плоской постановке, даже в случае, когда межфазная граница остаётся недеформированной под действием возмущений. Результатами решения соответствующих спектральных задач являются нейтральные поверхности $A(\alpha_x, \alpha_z)$, определяющие критические значения температурных градиентов, при которых основное течение теряет устойчивость. Далее считаем, что $h_2 = 5$ мм, $g = g_0$, $R_g = R_0$, если не указано иное.

4.1. Случай недеформируемой границы раздела

В случае пространственных возмущений, не вызывающих деформацию границы раздела, решается спектральная задача (1.28)–(1.31). Заметим, что эта трёхмерная спектральная задача неинвариантна относительно замены волновых чисел α_x на $-\alpha_x$ и α_z на $-\alpha_z$, то есть для любой пары (α_x, α_z) и $(-\alpha_x, \pm\alpha_z)$ или $(\pm\alpha_x, -\alpha_z)$ симметрия задачи (1.28)–(1.31) разрушается. Это означает, что возмущения с волновыми числами $\pm\alpha_x$ и $\pm\alpha_z$ (возмущения с волновыми числами противоположных знаков распространяются в потоке в противоположных направлениях) по разному взаимодействуют с основным течением. В случае $\alpha_x = 0$ возникающие возмущения представляют собой так называемые «спиральные» возмущения — стационарные валы, оси которых параллельны оси течения.

4.1.1. Пороговые характеристики устойчивости в системах разной геометрии

Учитывая определяющий характер влияния геометрии системы на структуру основного течения, прежде всего рассмотрим эволюцию ней-

тральных поверхностей $A(\alpha_x, \alpha_z)$ при изменении толщины жидкого слоя (рисунок 34). Для систем с толщиной h_1 , равной 3 и 4 мм, области неустойчивости лежат внутри нейтральных поверхностей (рисунок 34(а, б)), при больших значениях h_1 — выше поверхностей (рисунок 34(в, г)). Видно, что пространственные возмущения более опасны, чем плоские, поскольку область неустойчивости при всех ненулевых значениях α_z расширяется для всех рассматриваемых конфигураций (то есть диапазон значений температурного градиента A , при которых течение становится неустойчивым, расширяется, особенно в коротковолновой области). Для системы с толщиной жидкого слоя $h_1 = 3$ мм при $\alpha_x \rightarrow 0$ критическое волновое число для «спиральных» возмущений $\alpha_z^* = 2.88$ (при этом $A = 0.419$ К/м).

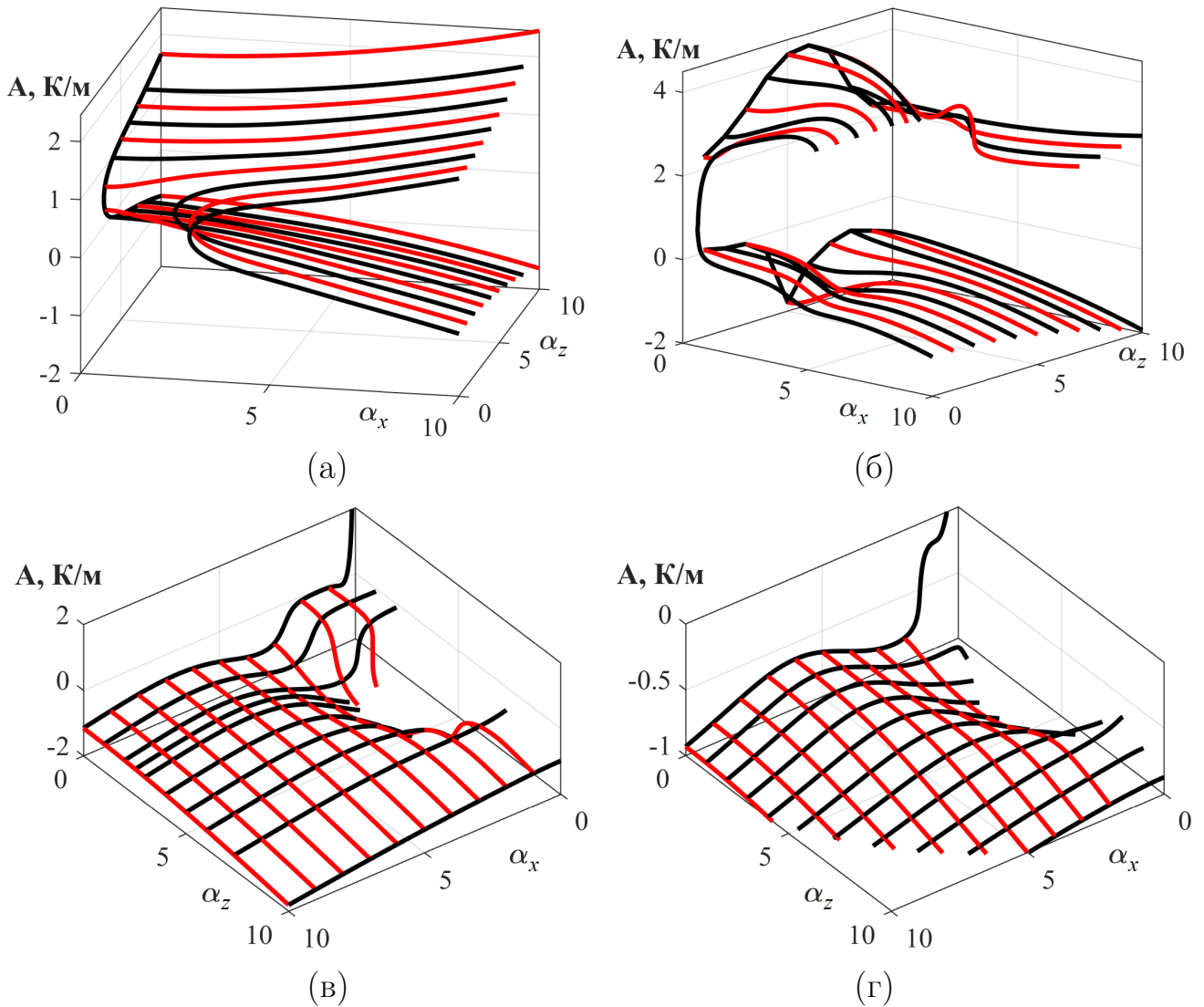


Рисунок 34 – Нейтральные поверхности $A(\alpha_x, \alpha_z)$: (а) — $h_1 = 3$ мм, (б) — $h_1 = 4$ мм, (в) — $h_1 = 5$ мм, (г) — $h_1 = 6$ мм

Сравнивая указанные значения с критическими значениями, полученными для случая плоских возмущений в п. 3.1.1, заметим, что критические волновые числа для плоских и «спиральных» возмущений совпадают, а потеря устойчивости в случае «спиральных» возмущений происходит при меньших значениях температурного градиента A .

При потере устойчивости в случае пространственных возмущений в системе возникают режимы валиковой конвекции с формированием пространственных и тепловых структур с различной формой и локализацией. Типичные характеристические возмущения представлены на рисунке 35. Видно, что температурные возмущения приводят к формированию чередующихся горячих и холодных «нитей» на поверхности раздела (подобные тепловые структуры на поверхности испаряющейся жидкости зафиксированы экспериментально в [145]), которые полностью определяют поле возмущений концентрации пара в газовом слое (см. пример на рисунке 35 (в, г)). Последнее представляет собой совокупность приповерхностных чередующихся концентрационных валов с пониженным и повышенным паросодержанием. В зависимости от типа основного течения в системе могут возникать тепловые структуры в придонной области (см. рисунок 35 (а)), характерные для режимов течений с выраженным холодным термоклином внутри жидкой фазы, или структуры с двухрядной упаковкой, указывающие на конкурентное сосуществование термокапиллярного и конвективного механизмов неустойчивости (см. рисунок 35 (б)).

Топология и масштаб продольных и поперечных структур в жидкости могут также различаться. Так, на рисунке 35 (а) показан случай, когда продольные валы «сообщаются» друг с другом и частицы жидкости могут «перетекать» из одного валика в другой, а поперечные валы представляют собой вихрь со сложной симметрией, имеющий два ядра. При этом верхнее ядро формируется в приповерхностной области и отвечает термокапиллярным возмущениям, а нижнее, возникающее за счёт действия конвективного механизма, — в зоне термоклина внутри объёмной жидкой фазы. Кроме того, поперечные валы могут деформироваться основным течением и иметь вытянутую в направлении основного потока форму (см. пример на рисунке 35 (б)). Пространственная неустойчивость в слое жидкости, находящемся под действием газового потока, реализующаяся в форме продольных структур с разветвлениями, наблюдалась в экспериментах [145], так же как и режим сосуществования продольных и по-

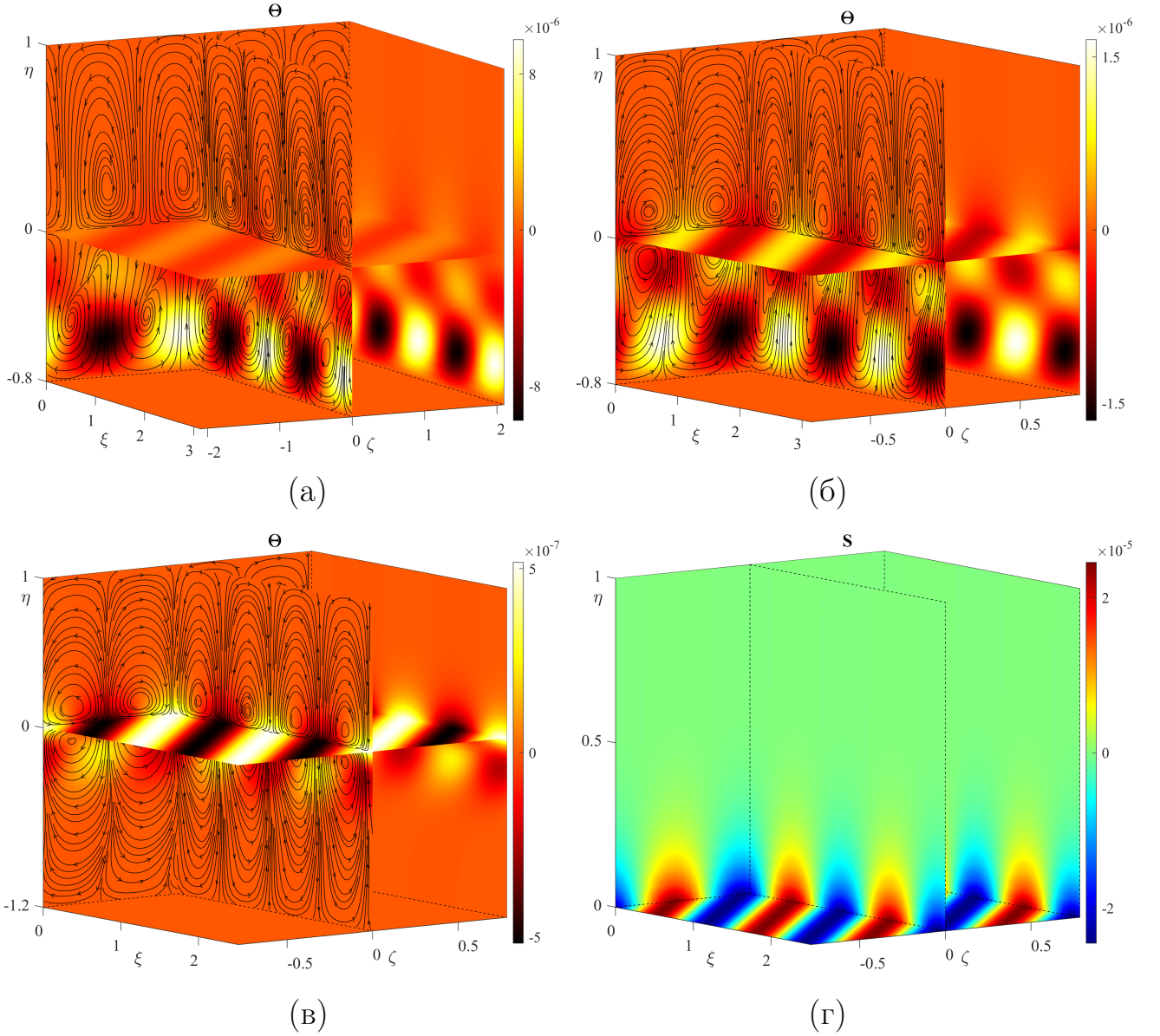


Рисунок 35 – Типичные формы пространственных возмущений скорости и температуры (а)–(в) и концентрации пара в газовой фазе (г): (а) — $h_1 = 4$ мм, $\alpha_x = 4$, $\alpha_z = 3$, $A = 3.7$ К/м; (б) — $h_1 = 4$ мм, $\alpha_x = 4$, $\alpha_z = 7$, $A = 2.85$ К/м; (в, г) — $h_1 = 6$ мм, $\alpha_x = 5$, $\alpha_z = 8$, $A = -0.86$ К/м

перечных валов [58]. По-видимому, первому случаю соответствуют структуры, показанные на рисунке 35 (а), а второму — структуры, подобные тем, что представлены на рисунках 35 (б, в). Как и в случае плоских волн, во всех случаях реализуется колебательная неустойчивость и волны распространяются в потоке с фазовой скоростью $\omega_p = \lambda_r / \sqrt{\alpha_x^2 + \alpha_z^2}$. Так, фазовая скорость возмущений, представленных на рисунках 35 (а–в), равна $\omega_p = 0.384$ мм/с, $\omega_p = 0.218$ мм/с и $\omega_p = 0.066$ мм/с соответственно.

4.1.2. Пространственная неустойчивость в слабом гравитационном поле

Оценим изменения пороговых характеристик устойчивости, вызванные изменением интенсивности гравитационного воздействия, на примере систем с $h_1 = 3$ и 6 мм, находящихся в условиях пониженной гравитации с $g = g_0 \cdot 10^{-1}$. Нейтральные поверхности для указанных конфигураций представлены на рисунке 36. Области неустойчивости лежат внутри поверхностей $A(\alpha_x, \alpha_z)$.

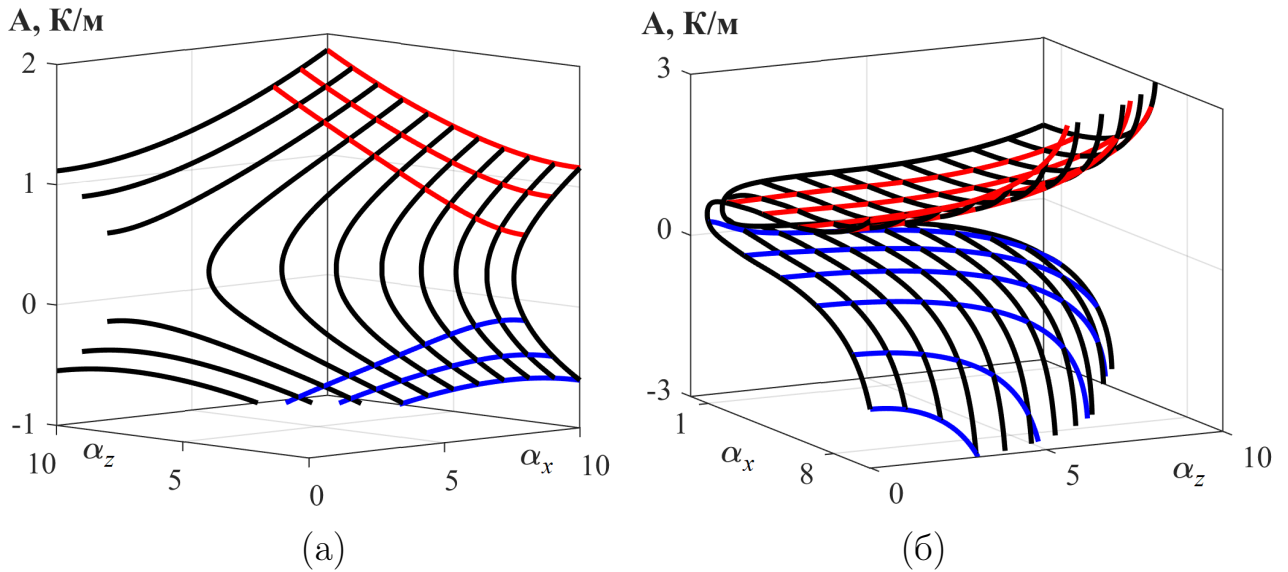


Рисунок 36 – Нейтральные поверхности $A(\alpha_x, \alpha_z)$ в системе при $g = 0.1g_0$: (а) — $h_1 = 3$ мм; (б) — $h_1 = 6$ мм

Можно видеть, что стабилизирующее влияние термокапиллярного эффекта сохраняется и в случае пространственных возмущений: с уменьшением g область неустойчивости основного течения сокращается (достаточно сравнить поверхности на рисунках 34 (а) и 36 (а), 34 (г) и 36 (б) и области неустойчивости U на рисунке 37, соответствующие двум разным значениям g). При этом пространственные возмущения остаются более опасными, чем плоские (так как диапазон значений температурного градиента A , определяющий область неустойчивости, увеличивается с ростом волнового числа α_z).

При $h_1 = 6$ мм в области положительных значений A появляется верхняя ветвь нейтральной кривой, определяющая границу устойчивости течения относительно как плоских, так и пространственных возмущений в условиях микрогравитации (см. рисунки 37 (в, г)). Кроме того, для «спиральных» возмущений (при $\alpha_x = 0$) с волновыми числами, превышающими некоторое крити-

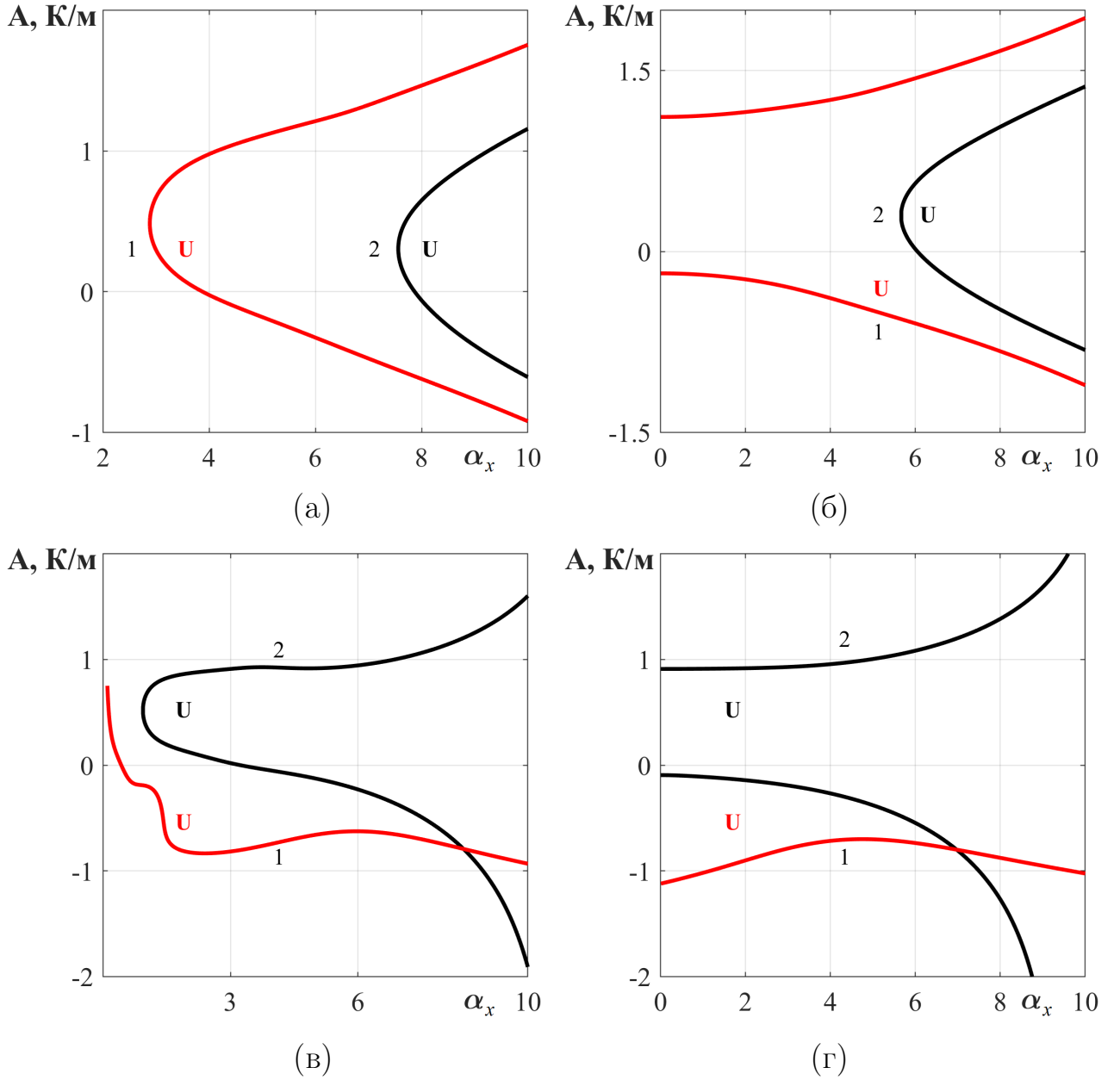


Рисунок 37 – Эволюция нейтральных кривых $A(\alpha_x)$ в системах с $h_1 = 3$ мм (а, б) и $h_1 = 6$ мм (в, г) при изменении интенсивности гравитационного воздействия и волновых чисел: (а, в) — $\alpha_z = 0$; (б, г) — $\alpha_z = 5$. Кривые 1 соответствуют случаю $g = g_0$, 2 — $g = g_0 \cdot 10^{-1}$

ческое значение α_z^* , в слабом гравитационном поле всегда существует диапазон значений A , при которых течение становится неустойчивым (рисунок 38 (б)). Для рассматриваемой конфигурации с $h_1 = 6$ мм критическое волновое число $\alpha_z^* = 0.9$, а соответствующий диапазон «опасных» градиентов $[0.4; 0.492]$. При $h_1 = 3$ мм наиболее опасные «спиральные» возмущения будут коротковолновыми (см. рисунки 36 (а) и 38 (а)). Заметим также, что с увеличением толщины жидкого слоя коротковолновые возмущения (как плоские, так и пространствен-

ные) могут приводить к потере устойчивости при микрогравитации при таких отрицательных значениях температурного градиента A , при которых в земных условиях течение остаётся устойчивым (см. кривые 2 на рисунках 37 (в, г)).

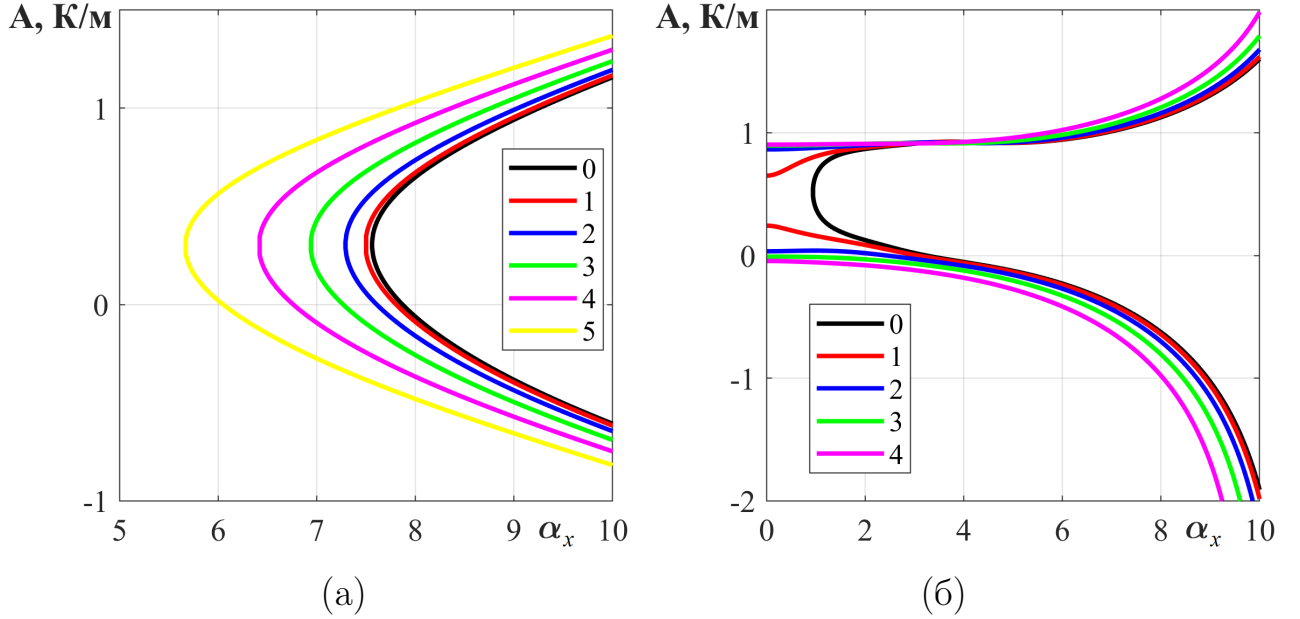


Рисунок 38 – Эволюция нейтральных кривых $A = A(\alpha_x)$ при изменении волнового числа α_z в системе при $g = g_0 \cdot 10^{-1}$: (а) — $h_1 = 3$ мм, (б) — $h_1 = 6$ мм. Номера кривых соответствуют значениям α_z

Неустойчивость в слабом силовом поле проявляется в форме сосуществования продольных и поперечных валов и приповерхностных тепловых структур, аналогичных представленным на рисунке 35 (в). Сохранение одинаковой формы неустойчивости для обеих геометрических конфигураций во всём рассматриваемом диапазоне волновых чисел объясняется тем, что в условиях пониженной гравитации при градиентах A , обеспечивающих потерю устойчивости, структура основного течения слабо меняется (см., например, рисунок 4).

4.1.3. Пространственная неустойчивость в нагреваемой снизу системе

Как было показано в п. 3.2, при ненулевом поперечном перепаде температур наиболее интересен случай, когда нижняя стенка горячее верхней ($\vartheta_* > 0$), поскольку именно нагрев снизу оказывает существенное дестабилизирующее влияние. Влияние указанного фактора на пороговые характеристики устойчивости точного решения в случае пространственных возмущений изучалось на

примере системы с $h_1 = 3$ мм. Нейтральная поверхность, построенная для случая $\vartheta_* = 1$, представлена на рисунке 39. Видно, что для любых пространственных возмущений область неустойчивости расширяется, причём, по сравнению со «спиральными», коротковолновые пространственные возмущения с волновым вектором (α_x, α_z) , имеющим обе ненулевые компоненты, вызывают потерю устойчивости в большем диапазоне изменений температурного градиента A (см. таблицу 15, в которой в качестве примера представлены диапазоны $[A_{\min}^*; A_{\max}^*]$ для возмущений некоторых конфигураций).

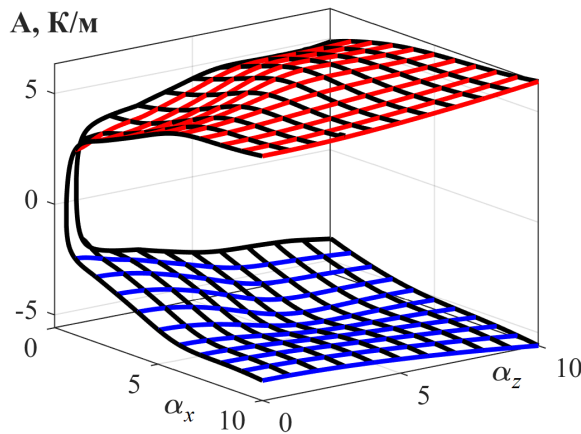


Рисунок 39 – Нейтральная поверхность $A(\alpha_x, \alpha_z)$ в системе с $h_1 = 3$ мм, $\vartheta_* = 1$

Таблица 15 – Диапазоны значений температурного градиента A , К/м, при которых происходит потеря устойчивости системы с $h_1 = 3$ мм, $\vartheta_* = 1$

α_z	1	5	10
α_x			
0	$[-1.815; 2.752]$	$[-3.411; 4.444]$	$[-4.038; 4.878]$
5	$[-4.108; 4.878]$	$[-5.047; 5.805]$	$[-5.156; 5.936]$
10	$[-4.7; 5.473]$	$[-4.958; 5.727]$	$[-5.588; 6.357]$

Типичные характеристические возмущения, возникающие в нагреваемой снизу системе, представлены на рисунке 40. Двухрядная шахматная упаковка тепловых возмущений обусловлена неоднородной стратификацией температурного поля основного течения (см. рисунок 40 (б)): видно, что внутри жидкой объёмной фазы формируется горячий термоклин, так что приповерхностный слой жидкости стратифицирован неустойчиво, а придонная зона гравитационно устойчива.

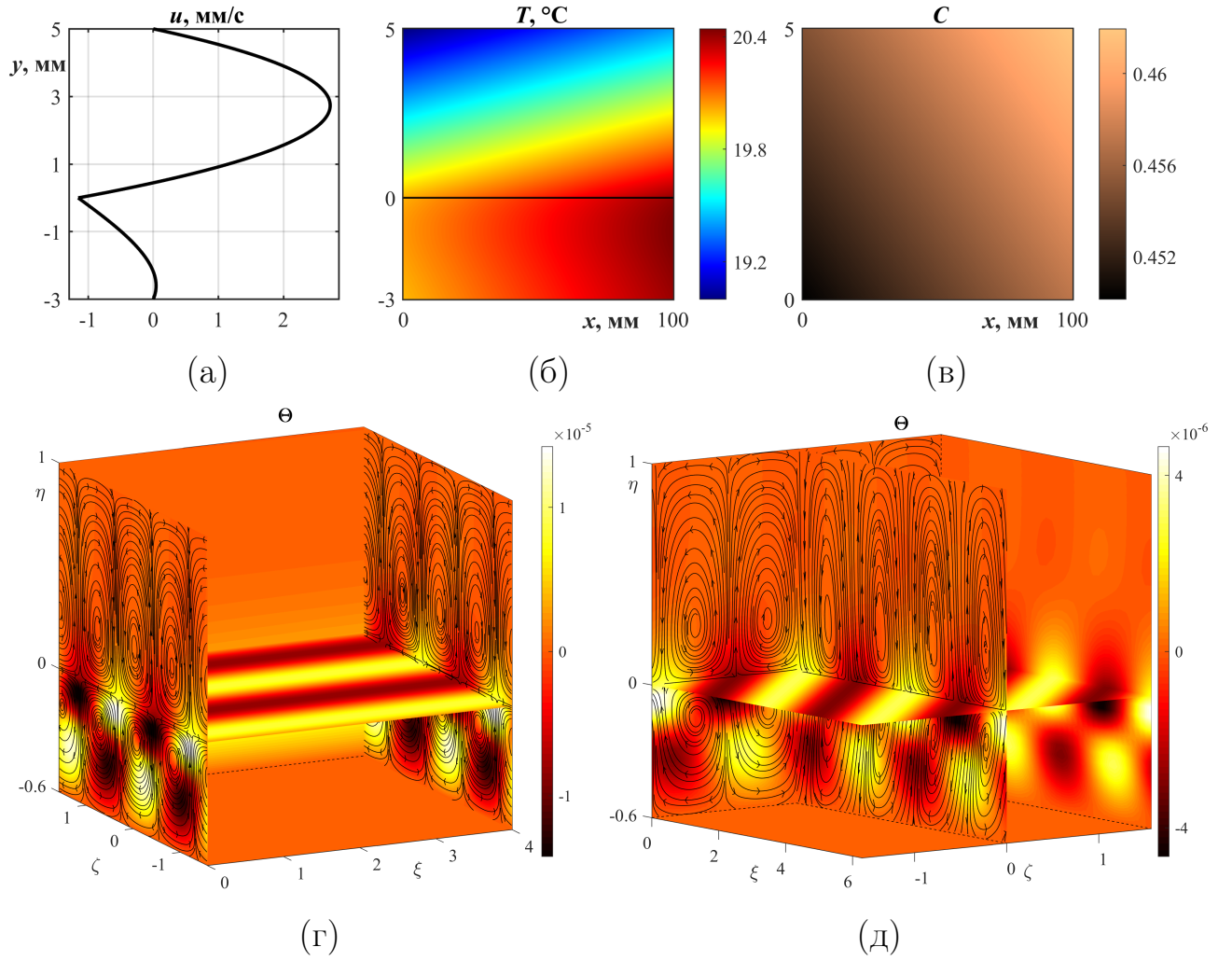


Рисунок 40 – Характеристики основного течения (профиль скорости $u(y)$ (а), поле температуры $T(x, y)$ (б), поле концентрации $C(x, y)$ (в)) и типичные возмущения скорости и температуры в системе с $h_1 = 3$ мм при $A = 4$ К/м, $\vartheta_* = 1$: (г) — «спиральные» возмущения, $\alpha_z = 4$; (д) — «косые» волны, $\alpha_x = 2$, $\alpha_z = 4$

4.2. Влияние деформируемости межфазной границы

Несмотря на то, что существуют способы поддержания плоской формы поверхности жидкости, увлекаемой спутным газовым потоком (см., например, описание экспериментальных методик в [53, 54, 57]), в большинстве случаев межфазная граница испытывает деформации, сопровождаемые формированием структур различной топологии [48, 49, 52, 55, 58]. Влияние деформируемости границы раздела жидкость – газ на устойчивость рассматриваемых двухфазных течений анализируется на основе решения спектральной задачи (1.28) – (1.30), (1.32) для систем с различными толщинами слоёв рабочих сред, находящихся в поле массовых сил разной интенсивности.

4.2.1. Влияние толщин рабочих сред

На рисунке 41 представлены нейтральные поверхности, построенные для систем с различной толщиной жидкого слоя при равной тепловой нагрузке на внешних стенках канала. Области неустойчивости лежат выше поверхностей $A(\alpha_x, \alpha_z)$. Форма нейтральных кривых указывает на то, что деформация поверхности раздела оказывает стабилизирующее влияние, поскольку, в отличие от случая недеформируемой границы Γ , при малой интенсивности внешней тепловой нагрузки (то есть при малых значениях температурного градиента A) течения сохраняют устойчивость во всём рассматриваемом диапазоне изменения волновых чисел. Стабилизирующее влияние термокапиллярного эффекта сохраняется: при меньшей толщине жидкого слоя, когда влияние сил Маранго-ни существенно, имеет место сдвиг нейтральных поверхностей (а следовательно и критического градиента A_{cr}^*) вверх, то есть течение теряет устойчивость при большей интенсивности тепловой нагрузки. Укажем критические значения градиентов и волновых чисел, которые определяют границы устойчивости плоских и «спиральных» возмущений: $(\alpha_x^*, A_{cr}^*) = (3.96, 7.185)$ при $\alpha_z = 0$, $(\alpha_z^*, A_{cr}^*) = (8.34, 12.129)$ при $\alpha_x \rightarrow 0$ в системе с $h_1 = 3$ мм; $(\alpha_x^*, A_{cr}^*) = (1.65, 0.096)$ при $\alpha_z = 0$, $(\alpha_z^*, A_{cr}^*) = (1.96, 0.039)$ при $\alpha_x \rightarrow 0$ в системе с $h_1 = 5$ мм.

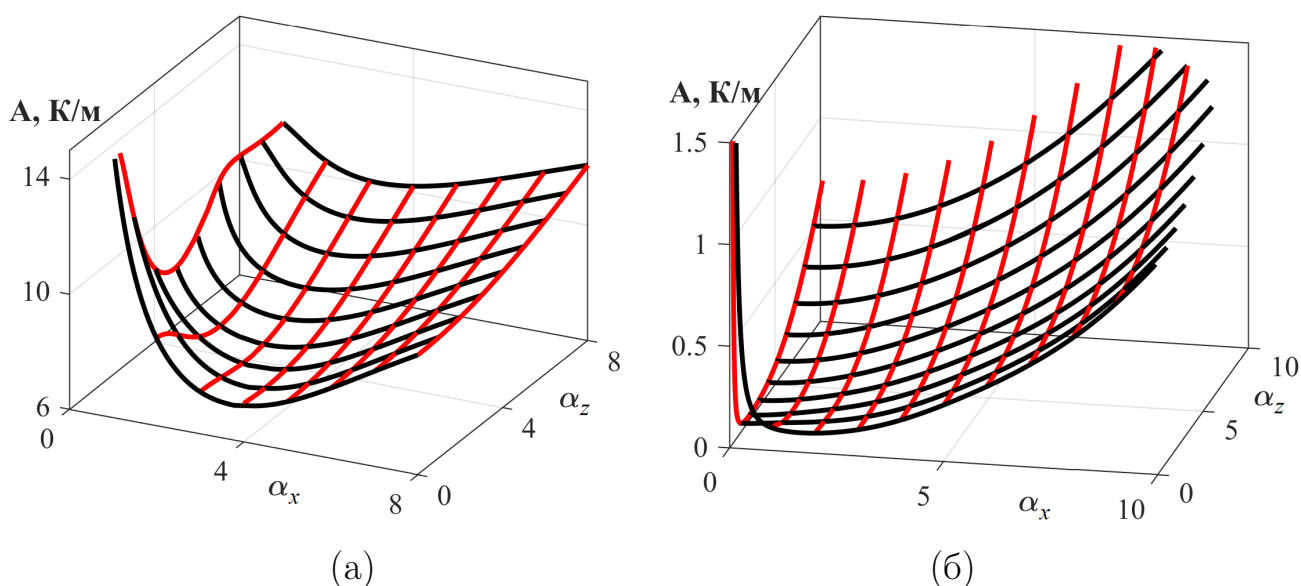


Рисунок 41 – Нейтральные поверхности $A(\alpha_x, \alpha_z)$: (а) — $h_1 = 3$ мм, (б) — $h_1 = 5$ мм

Заметим, что в случае деформируемой границы изменение баланса сил, вызванное изменением толщины жидкого слоя, приводит к смене типа наиболее опасных возмущений. В системе с тонким жидким слоем наиболее опасными являются плоские возмущения, то есть сначала неустойчивость будет проявляться в форме поперечных валов, дрейфующих вдоль потока. Формирование поперечных двумерных волн на межфазной поверхности с последующим развалом в трёхмерные структуры подтверждено экспериментально в [58] для совместных течений испаряющейся жидкости и газового потока в микроканале. С увеличением толщины жидкого слоя до 5 мм глобальный минимум нейтральной поверхности достигается в плоскости $\alpha_x = 0$, то есть сначала в жидком слое будут возникать термокапиллярные продольные структуры, отвечающие «спиральным» возмущениям (см. пример на рисунке 40 (г)).

Уменьшение толщины газового слоя (при фиксированном значении расхода это приводит к увеличению скорости прокачки) в системе с деформируемой границей раздела не изменяет качественной перестройки нейтральных кривых (рисунок 42): любое сечение нейтральной поверхности $A(\alpha_x, \alpha_z)$ имеет минимум, то есть течение теряет устойчивость при тепловых нагрузках, превышающих пороговое значение A_{cr}^* . Например, для системы с $h_1 = 3$ мм, $h_2 = 4$ мм координаты экстремума $(\alpha_x^*, A_{cr}^*) = (3.06, 7.292)$ при $\alpha_z = 0$, $(\alpha_z^*, A_{cr}^*) = (6.63, 11.659)$ при $\alpha_x \rightarrow 0$. По-прежнему, плоские возмущения остаются более опасными.

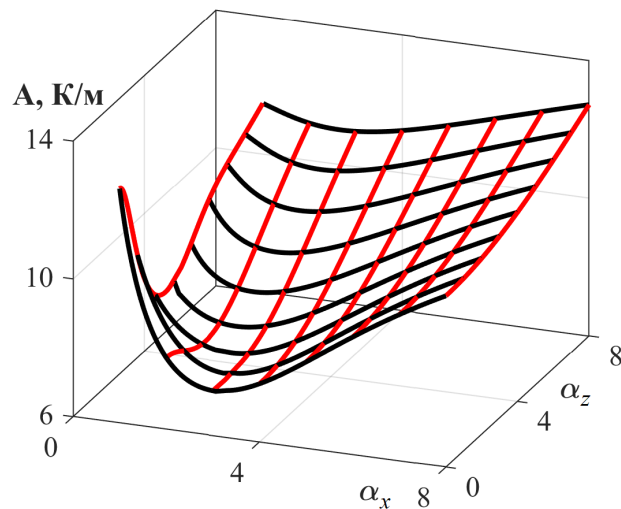


Рисунок 42 – Нейтральная поверхность $A(\alpha_x, \alpha_z)$ в системе с $h_1 = 3$ мм и $h_2 = 4$ мм

4.2.2. Влияние гравитации. Типичные формы характеристических пространственных возмущений

При пониженной гравитации в системе с тонким жидким слоем с $h_1 = 3$ мм неустойчивость проявляется при меньших значениях градиента A , причём «спиральные» моды становятся более опасными (см. рисунки 41(а) и 43(а)): $(\alpha_x^*, A_{cr}^*) = (3.42, 4.779)$ при $\alpha_z = 0$, $(\alpha_z^*, A_{cr}^*) = (3.86, 4.091)$ при $\alpha_x \rightarrow 0$. Однако при толщине жидкого слоя $h_1 = 5$ мм в слабом гравитационном поле, наоборот, наблюдается стабилизация течения: $(\alpha_x^*, A_{cr}^*) = (1.25, 1.843)$ при $\alpha_z = 0$, $(\alpha_z^*, A_{cr}^*) = (2.46, 1.946)$ при $\alpha_x = 0$. По сравнению с конвекцией при нормальной гравитации, при $g = g_0 \cdot 10^{-1}$ течение сохраняет устойчивость в большем диапазоне значений температурного градиента A , причём имеет место смена наиболее опасных возмущений. Таким образом, в условиях микрогравитации проявляется дестабилизирующее влияние термокапиллярного эффекта, и при потере устойчивости в системе с $h_1 = 5$ мм сначала реализуются поперечные валы.

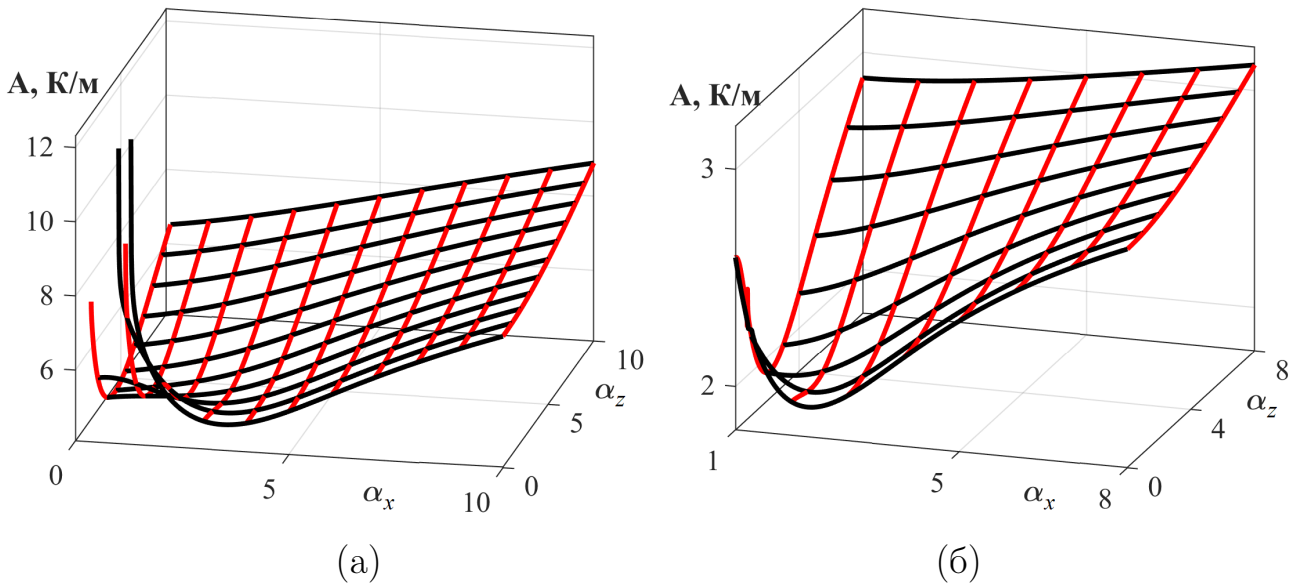


Рисунок 43 – Нейтральные поверхности $A(\alpha_x, \alpha_z)$ в системе при $g = 0.1g_0$: (а) – $h_1 = 3$ мм; (б) – $h_1 = 5$ мм

Наличие глобальных минимумов нейтральных поверхностей во всех рассмотренных случаях позволяет сделать следующий вывод: деформируемость поверхности раздела обеспечивает стабилизацию течения. При тепловой нагрузке с температурными градиентами меньше соответствующих критических значений A_{cr}^* , указанных выше для каждой конфигурации, течения сохраняют

устойчивость, поскольку энергия возмущений расходуется на деформацию границы. Примеры пространственных структур, возникающих при потере устойчивости течений в системе с деформируемой межфазной границей, и локальные отклонения поверхности раздела от невозмущённого состояния, отвечающие разным формам неустойчивости, представлены на рисунках 44, 45. Количественные и геометрические параметры соответствующих режимов представлены в таблице 16.

Таблица 16 – Параметры режимов неустойчивости в системе с деформируемой границей раздела

Параметр	Режим неустойчивости					
	$h_1 = 3$ мм, рис. 44			$h_1 = 5$ мм, рис. 45		
	(а)	(в)	(д)	(а)	(в)	(д)
α_x	0	3.85	4	0	1.65	4
α_z	8.35	0	5	1.96	0	5
A , К/м	12.13	7.21	8.4	0.04	0.1	0.34
λ_r	−3.4	−4.08	−5.42	$6.3 \cdot 10^{-3}$	0.22	0.54
$\lambda_i \cdot 10^4$	0.75	2.55	5.7	1.29	3.23	36.65
ω_p , мм/с	−1.22	−3.18	−2.54	0.01	0.4	0.25

4.3. Общие замечания об устойчивости двухфазных течений с испарением

Как было отмечено в п. 3.1.1, отличительной особенностью рассматриваемой задачи является то, что в системе с испарением наблюдаются преимущественно колебательные режимы; при этом в случае недеформируемой границы раздела для любых рассмотренных конфигураций характерна коротковолновая неустойчивость. Устойчивость различных классов однонаправленных течений в системах жидкость – жидкость в отсутствие массопереноса через поверхность раздела, которые могут быть описаны решением ОБ и его обобщениями, детально изучалась в [146]. При этом в качестве дополнительного условия вместо расхода газа задавался суммарный расход либо условие замкнутости потока. Было установлено, что и без испарения в системе могут формироваться колебательные режимы, однако существенного роста частоты осцилляций не наблюдалось. Кроме того, для двухслойных течений без испарения характерно наличие

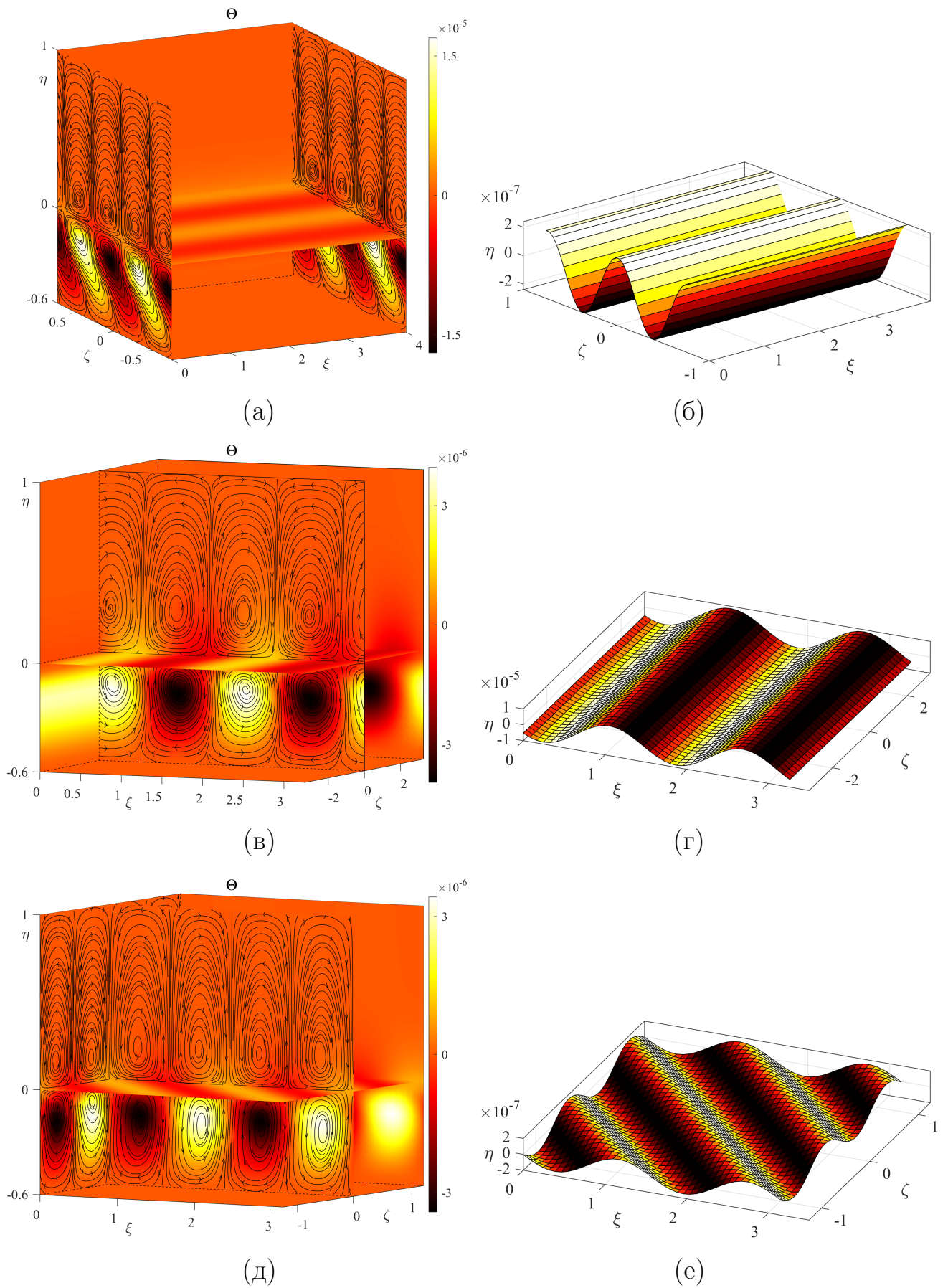


Рисунок 44 – Типичные формы возмущений (а, в, д) и соответствующие деформации межфазной границы (б, г, е) в системе с $h_1 = 3$ мм: (а, б) – продольные структуры; (в, г) – поперечные волны; (д, е) – «косые» волны

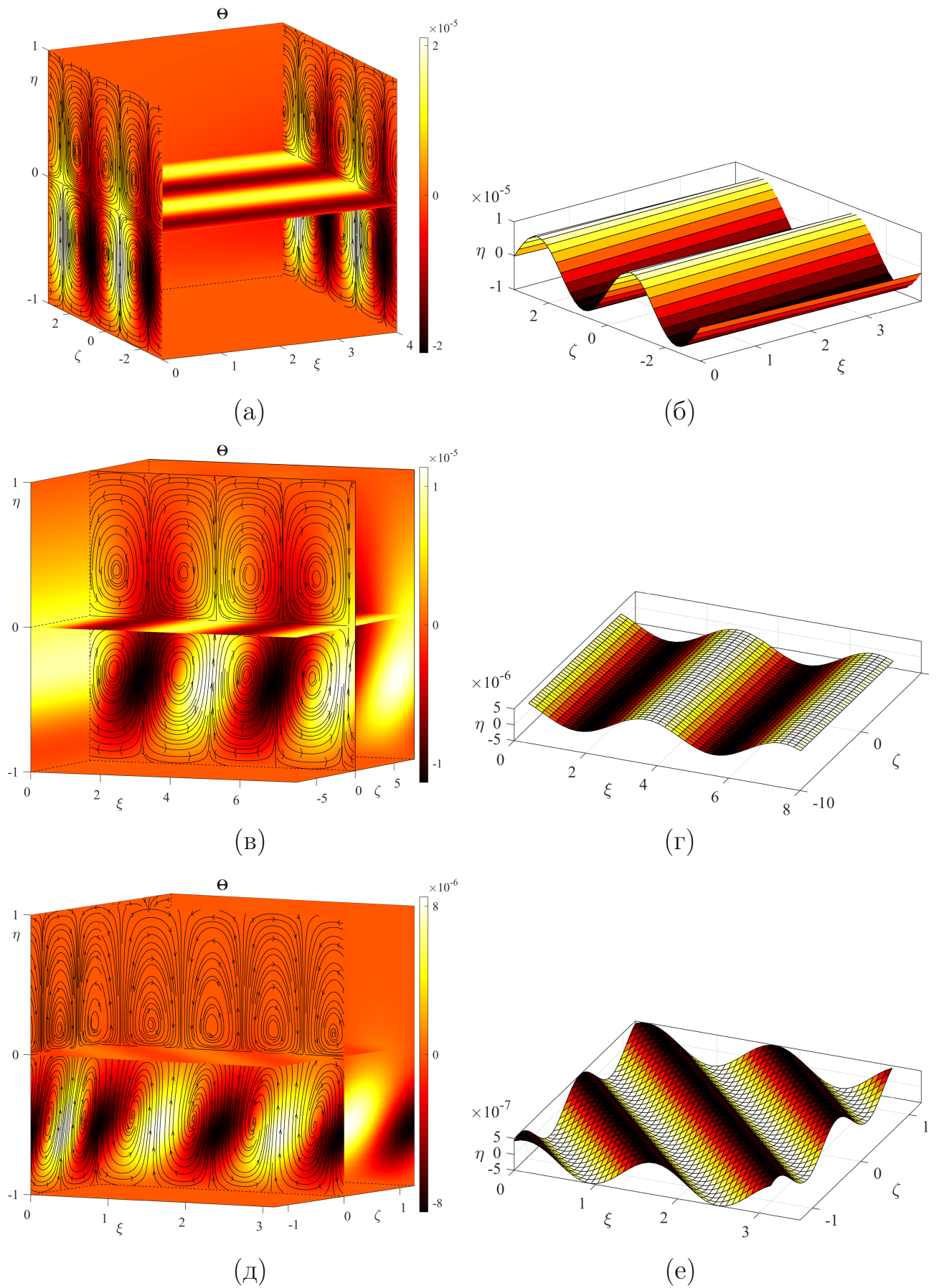


Рисунок 45 – Типичные формы возмущений (а, в, д) и соответствующие деформации межфазной границы (б, г, е) в системе с $h_1 = 5$ мм: (а, б) – продольные структуры; (в, г) – поперечные волны; (д, е) – «косые» волны

устойчивых конфигураций. Таким образом, испарение является существенным дестабилизирующим фактором, который приводит к снижению порогов устойчивости. Сравнивая значения λ_r (определяющие частоту осцилляций), полученные в отсутствие испарения, со значениями, характерными для задачи, рассматриваемой в настоящей работе, оказалось, что процессы массопереноса через межфазную границу раздела вызывают рост частоты осцилляции. Данный факт имеет и экспериментальное подтверждение — увеличение массовой скорости испарения (интенсивности испарения) повышает интенсивность волновых процессов [143, 144].

Отметим, что поведение всех нейтральных кривых, полученных при решении задачи об устойчивости течений относительно плоских возмущений, при $\alpha_x \rightarrow 0$ согласуется с результатами, полученными в работе [118], где были построены длинноволновые асимптотики собственных чисел и собственных функций задачи (1.28) – (1.31) без учёта эффекта Соре.

Другой важной особенностью изучаемой задачи является богатое семейство мод неустойчивости. Проявления неустойчивости в различных формах указывают на сложный характер взаимодействия основных механизмов, порождающих тот или иной режим в двухслойной системе. К известным формам неустойчивости следует отнести структуры термокапиллярного типа и конвективные ячейки, а также двухвихревые структуры, возникновение которых в двухслойных системах ранее уже предсказывалось в рамках постановки задачи без учёта испарения. Разнообразные типы гибридных структур, отвечающих сосуществованию разных механизмов неустойчивости, являются характерной чертой режимов испарительной конвекции.

Полученные в диссертации результаты согласуются с известными экспериментальными данными [50, 58], согласно которым в тонком слое испаряющейся жидкости, увлекаемой спутным газовым потоком, практически всегда наблюдается неустойчивость в форме структур различной топологии (мелкомасштабных «ячеек», поперечных волн, продольных термокапиллярных структур в виде упорядоченных валов, продольных структур с разветвлениями, соответствующими топологическим дефектам) или в форме сосуществования продольных упорядоченных структур и поперечных валов, дрейфующих против потока. В большинстве случаев характерный размер возникающих конвективных структур, в том числе валов с дефектами, был сопоставим с толщиной жидкого

слоя. В некотором диапазоне изменения режимных параметров экспериментов фиксировалось формирование иррегулярных структур, развитие и эволюция которых не могут быть описаны в рамках линейной теории. Реализация того или иного типа неустойчивости зависит от параметров системы (толщины жидкого слоя, скорости прокачки газа и т. п.) и/или свойств рабочей жидкости (для легкоиспаряющихся жидкостей характерна именно пространственная неустойчивость, вызванная изменениями поверхностного натяжения, обусловленными вариациями температуры вследствие испарения).

Согласно представленным результатам, формирование мелкомасштабных «ячеек» и поперечных волн может быть описано в рамках задачи об устойчивости относительно плоских возмущений с $\alpha_z = 0$ (результаты главы 3). Пространственной неустойчивости соответствует случай $\alpha_z \neq 0$. Формирование продольных термокапиллярных структур в виде упорядоченных валов предсказывается в рамках линейной теории при $\alpha_x = 0$, а режимы сосуществования продольных и поперечных структур, включая случай продольных валиков с дефектами, могут быть предсказаны в рамках решения полной пространственной задачи об устойчивости при ненулевых волновых числах α_x и α_z (результаты главы 4). Взаимодействие возмущений с основным течением может отражаться на форме тепловых и гидродинамических структур — они могут деформироваться основным течением, и на направлении их дрейфа — структуры сносятся основным потоком вдоль канала в направлении приповерхностного течения в жидком слое. Так, при чисто термокапиллярных течениях или течениях смешанного типа, которые характеризуются полностью возвратным движением в жидком слое или наличием приповерхностной зоны с возвратным течением соответственно, поперечные валы сносятся в противоположном газовому потоку направлении. Возможность реализации подобных режимов была продемонстрирована экспериментально в [58]. Таким образом, в рамках линейной теории устойчивости удаётся описать формирование самоорганизующихся структур в жидкости, увлекаемой спутным газовым потоком, наблюдающихся в экспериментах.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе проведено систематическое изучение характеристик тепломассобмена в двухслойной системе жидкость – газ в условиях диффузионного испарения. Исследовано влияние различных факторов (толщин слоёв рабочих сред, интенсивности гравитационного воздействия, расхода газа, граничных тепловых режимов) на параметры конвективных течений, включая характеристики устойчивости.

Основные результаты, полученные в диссертации:

1. В рамках модели испарительной конвекции изучено одно точное решение уравнений Обербека – Буссинеска, описывающее установившееся совместное течение жидкости и спутного потока газа в миниканале. Построено обобщение точного решения на случай неоднородного испарения. На основе указанных точных решений проведена классификация режимов течений. Показана возможность управления режимами течений через входные параметры задачи. На основе сравнения с экспериментальными данными выделены типы граничных условий и варианты постановок краевых задач, обеспечивающие наилучшее качественное и количественное описание конвективных режимов с неоднородным испарением.

2. Впервые проведено систематическое исследование линейной устойчивости точного решения, описывающего двухслойные течения с постоянной скоростью испарения, относительно плоских и пространственных возмущений. Определены пороги конвективной устойчивости при изменении конфигурации волны возмущения, гравитационного воздействия, толщины слоёв рабочих сред, расхода газа, поперечного перепада температуры. Установлено, что в рассматриваемой системе всегда реализуется колебательная неустойчивость, которая проявляется формированием дрейфующих вдоль потока гидродинамических и тепловых структур. Отмечено стабилизирующее влияние термокапиллярного эффекта.

3. Изучен спектр характеристических возмущений, построены карты режимов неустойчивости. Показано, что для большинства конфигураций наиболее опасными являются пространственные возмущения. С помощью точного решения описано возникновение режимов пространственной неустойчивости

в форме валиковой конвекции с различной топологией упорядоченных продольных и поперечных структур, наблюдаемых в теплофизических экспериментах.

4. Впервые на основе точного решения исследованы характеристики устойчивости течений в двухфазной системе с испарением в случае деформируемой поверхности раздела рабочих сред. Установлено, что учёт деформируемости границы жидкость–газ приводит к повышению порога устойчивости относительно пространственных возмущений. Стабилизирующее влияние указанного свойства межфазной границы обусловлено расходом энергии возмущений на деформации границы.

Список литературы

- [1] Berg J. C., Acrivos A., Boudart M. Evaporative Convection // Advances in Chemical Engineering. – 1966. – Vol. 6 – P. 61–123.
- [2] Уоллис Г. Одномерные двухфазные течения. – М. : Мир, 1972. – 440 с.
- [3] Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. Ч. 1. – М. : Наука, 1987. – 464 с.
- [4] Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. Ч. 2. – М. : Наука, 1987. – 360 с.
- [5] Холпанов Л. П., Шкадов В. Я. Гидродинамика и тепломассообмен с поверхностью раздела. – М. : Наука, 1990. – 271 с.
- [6] Colinet P., Legros J. C., Verlade M. G. Nonlinear Dynamics of Surface-Tension-Driven Instabilities – Berlin : Wiley–VCH, 2001. – 522 p.
- [7] Kabov O. A., Kuznetsov V. V., Kabova Yu. O. Evaporation, Dynamics and Interface Deformations in Thin Liquid Films Sheared by Gas in a Microchannel (Chapter 2) // Encyclopedia of Two-Phase Heat Transfer and Flow II: Special Topics and Applications. – 2015. – Vol. 1. – P. 57–108.
- [8] Oron A., Davis S. H., Bankoff S. G. Long-scale evolution of thin liquid film // Reviews of Modern Physics. – 1997. – Vol. 69(3). – P. 931–980.
- [9] Craster R. V., Matar O. K. Dynamics and stability of thin liquid films // Reviews of Modern Physics. – 2009. – Vol. 81(3). – P. 1131–1198.
- [10] Бекежанова В. Б., Гончарова О. Н. Задачи испарительной конвекции (обзор) // Прикладная математика и механика. – 2018. – Т. 82, № 2. – С. 219–260.
- [11] Minton P. E. Handbook of Evaporation Technology. – Westwood, New Jersey, U.S.A. : Noyes publications, 1986. – 402 p.
- [12] Hewitt G. F., Delhay J. M., Zuber N. Multiphase Science and Technology: Volume 2. – Berlin : Springer-Verlag GmbH, 2013. – 495 p.
- [13] Nie Z. H., Kumacheva E. Patterning Surfaces with Functional Polymers // Nature Materials. – 2008. – Vol. 7. – P. 277–290.
- [14] Turkan B., Etemoglu A. B., Can M. Analysis of evaporative drying of thin ink films using high-velocity hot-air impinging jets: a comprehensive review // Surface Review and Letters. – 2020. – Vol. 27(9) – P. 1950210.

- [15] Duncan A. B., Peterson G. P. Review of microscale heat transfer // *Applied Mechanics Reviews*. – 1994. – Vol. 47(9). – P. 397–428.
- [16] Bar-Cohen A., Wang P. Thermal management of on-chip hot spot // *Journal of Heat and Mass Transfer*. – 2012. – Vol. 134(5). – P. 051017.
- [17] Kandlikar S. G., Colin S., Peles Y., Garimella S., Pease R. F., Brandner J. J., Tuckerman D. B. Heat transfer in microchannels // *Journal of Heat and Mass Transfer*. – 2013. – Vol. 135(9). – P. 091001.
- [18] Prosperetti A. Boundary conditions at a liquid-vapor interface // *Mechanica*. – 1979. – Vol. 14(1). – P. 34–47.
- [19] Margerit J., Colinet P., Lebon G., Iorio C. S., Legros J. C. Interfacial nonequilibrium and Benard-Marangoni instability of a liquid-vapor system // *Physical Review E*. – 2003. – Vol. 68. – P. 041601.
- [20] Das K. S., Ward C. A. Surface thermal capacity and its effects on the boundary conditions at fluid-fluid interfaces // *Physical Review E*. – 2007. – Vol. 75. – P. 1–4.
- [21] Frezzotti A. Boundary conditions at the vapor-liquid interface // *Physics of Fluids*. – 2011. – Vol. 23. – P. 030609.
- [22] Кузнецов В. В. Тепломассообмен на поверхности раздела жидкость-пар // *Известия РАН. Механика жидкости и газа*. – 2011. – Т. 5. – С. 97–107.
- [23] Гончарова О. Н. Моделирование течений в условиях тепло- и массопереноса на границе // *Известия Алтайского государственного университета*. – 2012. – № 73(1-2). – С. 12–18.
- [24] Goncharova O. N., Hennenberg M., Rezanova E. V., Kabov O. A. Modeling of the convective fluid flows with evaporation in the two-layer systems // *Interfacial phenomena and heat transfer*. – 2013. – Vol. 1(4). – P. 317–338.
- [25] Haut B., Colinet P. Surface-tension-driven instability of a liquid layer evaporating into an inert gas // *Journal of Colloid and Interface Science*. – 2005. – Vol. 285. – P. 296–305.
- [26] Shklyaev O. E., Fried E., Stability of an evaporating thin liquid film // *Journal of Fluid Mechanics*. – 2007. – Vol. 584. – P. 157–183.
- [27] Андреев В. К., Галоненко Ю. В., Гончарова О. Н., Пухначёв В. В. Современные математические модели конвекции. – М. : Физматлит, 2008. – 368 с.

- [28] Iorio C. S., Goncharova O. N., Kabov O. A. Heat and mass transfer control by evaporative thermal patterning of thin liquid layers // Computational Thermal Sciences. – 2011. – Vol. 3(4). – P. 333–342.
- [29] Братухин Ю. К., Макаров С. О. Межфазная конвекция. – Пермь : Изд-во ПГУ, 1994. – 328 с.
- [30] Shmyrov A., Mizev A., Demin V., Petukhov M., Bratsun D. Phase transitions on partially contaminated surface under the influence of thermocapillary flow // Journal of Fluid Mechanics. – 2019. – Vol. 877. – P. 495–533.
- [31] Qin T., Grigoriev R. Convection, evaporation, and condensation of simple and binary fluids in confined geometries // Proceedings of the 3rd Micro/Nanoscale Heat & Mass Transfer International Conference, March 3-6, 2012, Atlanta, Georgia, USA, – P. 899–908.
- [32] Накоряков В. Е., Буфетов Н. С., Григорьева Н. И., Дехтярь Р. А. Тепло-массоперенос при абсорбции пара неподвижным слоем раствора // Прикладная механика и техническая физика. – 2003. – Т. 44, № 2. – С.101–108.
- [33] Bekezhanova V. B., Goncharova O. N. Stability of the exact solutions describing the two-layer flows with evaporation at interface // Fluid Dynamics Research. – 2016. – Vol. 48(6). – P. 061408.
- [34] Burelbach J. P., Banko S. G., Davis S. H. Nonlinear stability of evaporating/condensing films // Journal of Fluid Mechanics. – 1988. – Vol. 195. – P. 463–494.
- [35] Merkt D., Bestehorn M. Benard–Marangoni convection in a strongly evaporating field // Physica D: Nonlinear Phenomena – 2003. – Vol. 185. – P. 196–208.
- [36] Machrafi H., Rednikov A., Colinet P., Dauby P. C. Importance of wave-number dependence of Biot numbers in one-sided models of evaporative Marangoni instability: Horizontal layer and spherical droplet // Physical Review E. – 2015. – Vol. 91. – P. 053018.
- [37] Margerit J., Dondlinger M., Dauby P. C. Improved 1.5-sided model for the weakly nonlinear study of Benard–Marangoni instabilities in an evaporating liquid layer // Journal of Colloid and Interface Science – 2005. – Vol. 290. – P. 220–230.

- [38] Bedeaux D., Hermans L. J. F., Ytrehus T. Slow evaporation and condensation // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. – 1990. – Vol. 169. – P. 263–280.
- [39] Liu R., Liu Q. Linear stability analysis of convection in two-layer system with an evaporating vapor-liquid interface // *Acta Mechanica Sinica*. – 2006. – Vol. 22. – P. 109–119.
- [40] Iorio C. S., Goncharova O. N., Kabov O. A. Study of evaporative convection in an open cavity under shear stress flow // *Microgravity Science and Technology*. – 2009. – Vol. 21(1). – P. 313–320.
- [41] Grigoriev R. O., Qin T. The effect of phase change on stability of convective flow in a layer of volatile liquid driven by a horizontal temperature gradient // *Journal of Fluid Mechanics*. – 2018. – Vol. 838. – P. 248–283.
- [42] Xu G.-F., Liu Q.-S., Qin J., Zhu Z.-Q. Instability in two-sided thermocapillary-buoyancy convection with interfacial phase change // *Chinese Physics Letters*. – 2020. – Vol. 37(1). – P. 014701.
- [43] Кузнецов, В. В., Андреев В. К. Движение жидкой пленки и газового потока в микроканале с испарением // *Теплофизика и аэромеханика*. – 2013. – Т. 20, № 1. – С. 17–28.
- [44] Kabova Yu., Kuznetsov V. V., Kabov O., Gambaryan-Roisman T., Stephan P. Evaporation of a thin viscous liquid film sheared by gas in a microchannel // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 2014. – Vol. 68. – P. 527–541.
- [45] Гончарова О. Н., Резанова Е. В. Построение математической модели течений в тонком слое жидкости на основе классических уравнений конвекции и обобщенных условий на границе раздела // *Известия Алтайского государственного университета*. – 2015. – № 1/1(85). – С. 70–74.
- [46] Bekezhanova V. B., Stepanova I. V. Evaporation convection in two-layers binary mixtures: equations, structure of solution, study of gravity and thermal diffusion effects on the motion // *Applied Mathematics and Computation*. – 2022. – Vol. 414. – P. 126424.
- [47] Colinet P., Joannes L., Iorio C. S., Haute B., Bestehorn M., Lebon G., Legros J. C. Interfacial turbulence in evaporating liquids: Theory and

- preliminary results of the ITEL-master 9 sounding rocket experiment // *Advances in Space Research*. – 2003. – Vol. 32(2). – P. 119–127.
- [48] Mancini H., Maza D. Pattern formation without heating in an evaporative convection experiment // *Europhysics Letters*. – 2004. – Vol. 66(6). – P. 812–818.
- [49] Iorio C.S., Kabov O.A., Legros J.-C. Thermal Patterns in evaporating liquid // *Microgravity Science and Technology*. – 2007. – Vol. 19(3-4). – P. 27–29.
- [50] Реутов В.П., Езерский А.Б., Рыбушкина Г.В., Чернов В.В. Конвективные структуры в тонком слое испаряющейся жидкости, обдуваемом воздушным потоком // *Прикладная механика и техническая физика*. – 2007. – Т. 48, № 4. – С. 3–14.
- [51] Kimball J.T., Hermanson J.C., Allen J.S. Experimental investigation of convective structure evolution and heat transfer in quasi-steady evaporating liquid films // *Physics of Fluids*. – 2012. – Vol. 24. – P. 052102.
- [52] Scheid B., Margerit J., Iorio C.S., Joannes L., Heraud M., Queeckaers P., Dauby P.C., Colinet P. Onset of Thermal Ripples at the Interface of an Evaporating Liquid under a Flow of Inert Gas // *Experiments in Fluids*. – 2012. – Vol. 52. – P. 1107–1119.
- [53] Люлин Ю.В., Кабов О.А. Измерение массовой скорости испарения в горизонтальном слое жидкости, частично открытом в движущийся газ // *Письма в Журнал технической физики*. – 2013. – Т. 39, № 17. – С. 88–94.
- [54] Lyulin Y., Kabov O. Evaporative convection in a horizontal liquid layer under shear-stress gas flow // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 2014. – Vol. 70. – P. 599–609.
- [55] Shi W.-Y., Rong S.-M., Feng L. Marangoni Convection Instabilities Induced by Evaporation of Liquid Layer in an Open Rectangular Pool // *Microgravity Science and Technology*. – 2017. – Vol. 29(1-2). – P. 91–96.
- [56] Lyulin Y., Kreta A., Ouerdane H., Kabov O. Experimental Study of the Convective Motions by the PIV Technique within an Evaporating Liquid Layer into the Gas Flow // *Microgravity Science and Technology*. – 2020. – Vol. 32(2). – P. 203–216.

- [57] Люлин Ю. В., Кабов О. А., Кузнецов Г. В., Феокистов Д. В., Пономарев К. О. Влияние протяжённости межфазной поверхности на интенсивность испарения горизонтального слоя жидкости под действием потока газа // Теплофизика и аэромеханика. – 2020. – Т. 27, № 1. – С. 121–125.
- [58] Kabov O. A., Zaitsev D. V., Cheverda V. V., Bar-Cohen A. Evaporation and flow dynamics of thin, shear-driven liquid films in microgap channels // Experimental Thermal and Fluid Science. – 2011. – Vol. 35(5). – P. 825–831.
- [59] Li P., Chen Z., Shi J. Numerical Study on the Effects of Gravity and Surface Tension on Condensation Process in Square Minichannel // Microgravity Science and Technology. – 2018. – Vol. 30(1-2). – P. 19–24.
- [60] Dey P., Raj D., Saha S. K. A Numerical Study on Condensation Heat Transfer Characteristics of R134a in Microchannel Under Varying Gravity Conditions // Microgravity Science and Technology. – 2021. – Vol. 33(3). – P. 34.
- [61] Xu G., Liu Q., Qin J., Zhu Z-Q. Numerical Study of Thermocapillary-Buoyancy Convection of Volatile Liquid Layer in an Enclosed Cavity // Microgravity Science and Technology. – 2020. – Vol. 32(3). – P. 305–319.
- [62] Qin T., Grigoriev R. O. Free-surface flow of confined volatile simple fluids driven by a horizontal temperature gradient: From a comprehensive numerical model to a simplified analytical description // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2020. – Vol. 147. – P. 118934.
- [63] Bekezhanova V. B., Goncharova O. N., Ovcharova A. S. Numerical simulation of the dynamics of a locally heated bilayer system under weak evaporation // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2022. – Vol. 185. – P. 122329.
- [64] Wörner M. Numerical modeling of multiphase flow in microfluidics and micro process engineering: A review of methods and applications // Microfluidics and Nanofluidics. – 2012. – Vol. 12. – P. 841–886.
- [65] Sharma A. Level set method for computational multi-fluid dynamics: A review on developments, applications and analysis // Sadhana. – 2015. – Vol. 40(3). – P. 627–652.
- [66] Eisenschmidt K., Ertl M., Goma H., Kieffer-Roth C., Meister C., Rauschenberger P., Reitzle M., Schlottke K., Weigand B. Direct numerical

- simulations for multiphase flows: An overview of the multiphase code FS3D // *Applied Mathematics and Computation*. – 2016. – Vol. 272. – P. 508–517.
- [67] Qin T. Buoyancy-Thermocapillary Convection of Volatile Fluids in Confined and Sealed Geometries. – Springer International Publishing, 2017. – 227 p.
- [68] Куперштох А. Л., Медведев Д. А., Грибанов И. И. Моделирование тепломассопереноса в среде с фазовыми переходами методом решеточных уравнений Больцмана // *Вычислительные методы и программирование*. – 2014. – Т. 15. – С. 317–328.
- [69] Пухначёв В. В. Симметрии в уравнениях Навье–Стокса // *Успехи механики*. – 2006. – № 6. – С. 6–76.
- [70] Андреев В. К., Капцов О. В., Пухначёв В. В., Родионов А. А. Применение теоретико-групповых методов в гидродинамике. – Новосибирск : ВО «Наука». Сибирская издательская фирма, 1994. – 319 с.
- [71] Андреев В. К., Бублик В. В., Бытев В. О. Симметрии неклассических моделей гидродинамики. – Новосибирск : Наука, 2003. – 352 с.
- [72] Шлиомис М. И., Якушин В. И. Конвекция в двухслойной бинарной системе с испарением // *Сб. трудов : Ученые записки Пермского Госуниверситета, серия Гидродинамика*. – 1972. – № 4. – С. 129–140.
- [73] Гончарова О. Н., Резанова Е. В. Пример точного решения стационарной задачи о двухслойных течениях при наличии испарения на границе раздела // *Прикладная механика и техническая физика*. – 2014. – № 2. – С. 68–79.
- [74] Goncharova O. N., Kabov O. A. Investigation of the two-layer fluid flows with evaporation at interface on the basis of the exact solutions of the 3D problems of convection // *Journal of Physics: Conference Series*. – 2016. – Vol. 754. – P. 032008.
- [75] Остроумов Г. А. Свободная конвекция в условиях внутренней задачи. – М. : Государственное изд-во технико-теоретической литературы, 1952. – 256 с.
- [76] Бирих, Р. В. О термокапиллярной конвекции в горизонтальном слое жидкости // *Прикладная механика и техническая физика*. – 1966. – № 3. – С. 69–72.

- [77] Bekezhanova V.B., Goncharova O.N. Modeling of three dimensional thermocapillary flows with evaporation at the interface based on the solutions of a special type of the convection equations // Applied Mathematical Modelling. – 2018. – Vol. 62. – P. 145–162.
- [78] Катков В. Л. Точные решения некоторых задач конвекции // Прикладная математика и механика. – 1968. – Т. 32, № 3. – С. 11–18.
- [79] Пухначёв В. В. Теоретико-групповая природа решения Бириха и его обобщения // Труды Международной конференции «Симметрия и дифференциальные уравнения», Красноярск : ИВМ СО РАН, – 2000. – С. 180–183.
- [80] Pukhnachev V.V. Group-theoretical methods in convection theory // AIP Conference Proceedings. – 2011. – Vol. 1404. – P. 27–38.
- [81] Кирдяшкин А. Г., Полежаев В. И., Федюшкин А. И. Тепловая конвекция в горизонтальном слое при боковом подводе тепла // Прикладная механика и техническая физика. – 1983. – № 6. – С. 122–128.
- [82] Kirdyshkin A.G. Thermogravitational and thermocapillary flows in a horizontal liquid layer under the conditions of a horizontal temperature gradient // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 1984. – Vol. 27. – P. 1205–1218.
- [83] Андреев, В. К. Решение Бириха уравнений конвекции и некоторые его обобщения : препринт № 1-10 – Красноярск : ИВМ СО РАН, 2010. – 66 с.
- [84] Prigogine I., Dufay R. Chemical thermodynamics. – London, New York : Longmans, Green, 1954. – 543 p.
- [85] Де Гроот С. Р. Термодинамика необратимых процессов. – М. : Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1956. – 280 с.
- [86] Dufay R., Prigogine I. Surface tension and adsorption. – New York : Wiley, 1966. – 432 p.
- [87] Де Гроот С., Мазур П. Неравновесная термодинамика. – М. : Мир, 1964. – 456 с.
- [88] Пригожин И., Кондепуди Д. Современная термодинамика. От тепловых двигателей до диссипативных структур – М. : Мир, 2002. – 461 с.
- [89] Rosner D. E., Arias-Zugasti M., LaMantia B. Calculation of Soret-shifted dew points by continuous mixture thermodynamics // AIChE Journal. – 2005. – Vol. 51(10). – P.2811–2824.

- [90] Zhang J., Oron A., Behringer R. P. Novel pattern forming states for Marangoni convection in volatile binary liquids // *Physics of Fluids*. – 2011. – Vol. 23(7). – P. 072102.
- [91] Shklyaev S., Nepomnyashchy A. A., Oron A. Oscillatory long-wave Marangoni convection in a layer of a binary liquid: Hexagonal patterns // *Physical Review E*. – 2011. – Vol. 84(5). – P. 056327.
- [92] Morozov M., Oron A., Nepomnyashchy A. A. Nonlinear dynamics of long-wave Marangoni convection in a binary mixture with the Soret effect // *Physics of Fluids*. – 2013. – Vol. 25(5). – P. 052107.
- [93] Рыжков И. И. Термодиффузия в смесях: уравнения, симметрии, решения и их устойчивость. – Новосибирск : Издательство СО РАН, 2013. – 200 с.
- [94] Ryzhkov I.I., Stepanova I.V. On thermal diffusion separation in binary mixtures with variable transport coefficients // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 2015. – Vol. 86. – P. 268–276.
- [95] Köhler W., Morozov K.I. The Soret Effect in Liquid Mixtures – A Review // *Journal of Non-Equilibrium Thermodynamics*. – 2016. – Vol. 41(3). – P. 151–197.
- [96] Гончарова О. Н., Резанова Е. В., Люлин Ю. В. Моделирование двухслойных течений жидкости и газа с учетом испарения // *Теплофизика и аэромеханика*. – 2015. – Т. 22, № 5. – С. 655–661.
- [97] Rastogi R. P., Madan G. L. Dufour Effect in Liquids // *Journal of Chemical Physics*. – 1965. – Vol. 43. – P. 4179–4180.
- [98] Rowley R. L., Horne F. H. The Dufour effect. II. Experimental confirmation of the Onsager heat-mass reciprocal relation for a binary liquid mixture // *Journal of Chemical Physics*. – 1978. – Vol. 68(1). – P. 325–326.
- [99] Hollinger S., Lücke M. Influence of the Dufour effect on convection in binary gas mixtures // *Physical Review E*. – 1995. – Vol. 52(1). – P. 642–657.
- [100] Лукашов В. В., Жиливостова С. В. О проявлении многокомпонентной диффузии в ламинарном пограничном слое с инородным вдувом // *Теплофизика и аэромеханика*. – 2008. – № 3. – С. 505–511.
- [101] Мациев Л. Ф., Стасенко А. Л. Испарение капли в сильно перегретой бинарной смеси // *Известия АН СССР. Энергетика и транспорт*. – 1987. – № 1. – С. 112–118.

- [102] Мадиев Л. Ф., Рябинина Т. Н., Стасенко А. Л. Испарение капли в «горячей» двухкомпонентной струе с учетом термодиффузии и перекрестного эффекта // Моделирование в механике. – 1987. – Т. 1(18), № 6. – С. 106–114.
- [103] Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. – М. : Наука, 1972. – 392 с.
- [104] Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М., Непомнящий А. А. Устойчивость конвективных течений. – М. : Наука, 1989. – 320 с.
- [105] Бекежанова В. Б. Конвективная неустойчивость течения Марангони – Пуазейля при наличии продольного градиента температуры // Прикладная механика и техническая физика. – 2011. – Т. 52, № 1. – С. 92–100.
- [106] Бекежанова В. Б. О пространственных возмущениях плоскопараллельного двухслойного течения вязкой теплопроводной жидкости // Известия РАН. Механика жидкости и газа. – 2012. – № 6. – С. 24–31.
- [107] Klentzman J., Ajaev V. S. The effect of evaporation on fingering instabilities // Physics of Fluids. – 2009. – Vol. 21. – P. 122101.
- [108] Oron A. Nonlinear dynamics of irradiated thin volatile liquid films // Physics of Fluids. – 2000. – Vol. 12(1). – P. 29–41.
- [109] Ozen O., Narayanan R. The physics of evaporative and convective instabilities in bilayer systems: Linear theory // Physics of Fluids. – 2004. – Vol. 16(12). – P. 4644.
- [110] Sultan E., Boudaoud A., Amat M. B. Evaporation of a thin film: diffusion of the vapour and Marangoni instabilities // Journal of Fluid Mechanics. – 2005. – Vol. 543. – P. 183–202.
- [111] Narendranath A. D., Hermanson J. C., Kolkka R. W., Struthers A. A., Allen J. S. The Effect of Gravity on the Stability of an Evaporating Liquid Film // Microgravity Science and Technology. – 2014. – Vol. 26(3). – P. 189–199.
- [112] Nepomnyashchy A. A., Velarde M. G., Colinet P. Interfacial phenomena and convection. – Boca Raton : Chapman & Hall, 2002. – 365 p.
- [113] Nepomnyashchy A., Simanovskii I., Legros J. C. Interfacial Convection in Multilayer Systems. – Springer Science & Business Media, 2011. – 498 p.
- [114] Platten J. K., Legros J. C. Convection in liquids. – Berlin : Springer, 1984. – 694 p.

- [115] Cross M. C., Hohenberg P. C. Pattern formation outside of equilibrium // *Reviews of Modern Physics*. – 1993. – Vol. 65(3). – P. 851–1112.
- [116] Lücke M., Barten W., Büchel P., Fütterer C., Hollinger St., Jung Ch. Pattern formation in binary fluid convection and in systems with throughflow // *Lecture Notes in Physics*. – 1998. – Vol. 55. – P. 127–196.
- [117] Liu R., Kabov O. A. Instabilities in a horizontal liquid layer in cocurrent gas flow with an evaporating interface // *Physical Review E*. – 2012. – Vol. 85(6). – P. 066305.
- [118] Родионова А. В., Резанова Е. В. Исследование устойчивости двухслойного течения жидкости // *Прикладная механика и техническая физика*. – 2016. – Т. 57, № 4. – С. 16–25.
- [119] Sparrow E. M., Goldstein R. J., Jonsson V. K. Thermal instability in a horizontal fluid layer: effect of boundary conditions and non-linear temperature profile // *Journal of Fluid Mechanics*. – 1964. – Vol. 18(4). – P. 513–528.
- [120] Whitehead J. A. Convection driven by temperature and composition flux with the same diffusivity // *Geophysical & Astrophysical Fluid Dynamics*. – 2017. – Vol. 111(4). – P. 229–248.
- [121] Palymskiy I. B., Fomin P. A., Li Y.-R., Wu C.-M. Rayleigh–Benard convection in a gas-vapor medium at the temperature close to the critical temperature // *Journal of Physics: Conference Series*. – 2019. – Vol. 1382. – P. 012200.
- [122] Nepomnyashchy A. A., Simanovskii I. B. Dynamics of non-isothermal ultrathin two-layer films // *Microgravity Science and Technology*. – 2008. – Vol. 20. – P. 149–154.
- [123] Резанова Е. В., Шефер И. А. О влиянии тепловой нагрузки на характеристики течения с испарением // *Сибирский журнал индустриальной математики*. – 2017. – Т. 20, № 2(70). – С. 83–92.
- [124] Бекежанова В. Б., Гончарова О. Н., Резанова Е. В., Шефер И. А. Устойчивость двухслойных течений жидкости с испарением на границе раздела // *Известия РАН. Механика жидкости и газа*. – 2017. – № 2. – С. 23–35.
- [125] Bekezhanova, V. B., Goncharova O. N., Shefer I. A. Analysis of an exact solution of problem of the evaporative convection (review). Part I. Plane case // *Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics*. – 2018. – № 11(2). – P. 178–190.

- [126] Bekezhanova, V.B., Goncharova O.N., Shefer I.A. Analysis of an exact solution of problem of the evaporative convection (review). Part II. Three-dimensional flows // Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics. – 2018. – № 11(3). – P. 338–351.
- [127] Шефер, И. А. Влияние геометрии системы на устойчивость течения испаряющейся жидкости // Прикладная математика и механика. – 2018. – Т. 82, № 2. – С. 207–218.
- [128] Bekezhanova V.B., Shefer I.A. Influence of gravity on the stability of evaporative convection regimes // Microgravity Science and Technology. – 2018. – Vol. 30(4). – P. 543–560.
- [129] Шефер И. А. Влияние поперечного перепада температур на устойчивость двухслойных течений жидкости с испарением // Известия РАН. Механика жидкости и газа. – 2019. – № 5. – С. 15–25.
- [130] Bekezhanova, V. B., Goncharova O. N., Shefer I. A. Solution of a two-layer flow problem with inhomogeneous evaporation at the thermocapillary interface // Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics. – 2021. – № 14(4). – P. 404–413.
- [131] Умов Н. А. Избранные сочинения. – М. : Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1950. – 555 с.
- [132] Путилов К. А. Курс физики. Т. 1. – М. : Государственное издательство физ.-мат. литературы, 1963. – 560 с.
- [133] Сивухин Д. В. Общий курс физики. Т. 2. – М. : Физматлит, 2005. – 544 с.
- [134] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика: Учебное пособие. В 10 т. Т. 6. Гидродинамика. – М. : Наука, 1986. – 736 с.
- [135] Гебхарт Б., Джалурия Й., Махаджан Р., Саммакия Б. Свободноконвективные течения, тепло- и массообмен. В 2-х книгах. – М. : Мир, 1991. – 678 с.
- [136] Cussler E.L. Diffusion. Mass Transfer in Fluid Systems. 3rd Edition. – University of Minnesota : Cambridge Univ. Press, 2009. – 647 p.
- [137] Андреев В. К., Захватаев В. Е., Рябицкий Е. А. Термокапиллярная неустойчивость. – Новосибирск : Наука, 2000. – 280 с.
- [138] Годунов С. К. О численном решении краевых задач для систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений // Успехи математических наук. – 1961. – Т. 16, № 3. – С. 171–174.

- [139] Абрамов А. А. О переносе граничных условий для систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений (вариант метода прогонки) // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 1961. – Т. 1, № 3. – С. 542–545.
- [140] Napolitano L. G. Plane Marangoni – Poiseuille flow of two immiscible fluids // Acta Astronautica. – 1980. – Vol. 7(4). – P. 461–478.
- [141] Воропай П. И., Шленов А. А. Повышение надежности и экономичности поршневых компрессоров. – М. : Недра, 1980. – 359 с.
- [142] Ajaev V. S., Kabov O. A. Heat and mass transfer near contact lines on heated surfaces (review) // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2017. – Vol. 108, part A. – P. 918–932.
- [143] Peng C.-C., Cerretani C., Braun R. J., Radke C. J. Evaporation-driven instability of the precorneal tear film // Advances in Colloid and Interface Science. – 2014. – Vol. 206. – P. 250–264.
- [144] Tiwari N. N., Davis J. M. Linear stability of a volatile liquid film flowing over a locally heated surface // Physics of Fluids. – 2009. – Vol. 21(2). – P. 022105.
- [145] Черноусько Ю. Л., Шумилов А. В. Испарение и микроконвенция в тонком поверхностном слое // Океанология. – 1971. – Т. 11, № 6. – С. 982–986.
- [146] Бекежанова В. Б. Устойчивость неизотермических жидкостей в различных моделях конвекции: дис. ... д-ра. физ.-мат. наук : 01.02.05. – Красноярск, 2015. – 268 с.
- [147] Стабников В. Н., Ройтер И. М., Процюк Т. Б. Этиловый спирт. – М. : Пищевая промышленность, 1976. – 273 с.
- [148] Варгафтик Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. – М. : Наука, 1972. – 721 с.
- [149] West R. C., Astle M. J., Beyer W. H. CRC Handbook of Chemistry and Physics. 64th Edition. – Boca Raton, Florida : CRC Press Inc., 1983. – 2386 p.
- [150] Lyulin Y., Kabov O., Iorio C. S., Chikov S., Glushchuk A., Marchuk I., Queeckers P. Liquids-Candidates for CIMEX-1 Experiments on ISS // Manuscript CIMEX Meeting, May 15, 2009, Bruxelles, Belgium.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Ниже представлены алгоритмы вычисления неизвестных констант, входящих в точное решение, для случая постоянной скорости испарения.

Аналитическое представление искомых функций

Приведем явный вид функций, входящих в решение (1.5):

$$\begin{aligned}
 u_i(y) &= c_3^j + c_2^j y + c_1^j \frac{y^2}{2} + L_3^j \frac{y^3}{6} + L_4^j \frac{y^4}{24}, \\
 p_i(x, y) &= \left(d_1^j + d_2^j y + d_3^j \frac{y^2}{2} \right) x + c_8^j + K_1^j y + K_2^j \frac{y^2}{2} + K_3^j \frac{y^3}{3} + \\
 &\quad + K_4^j \frac{y^4}{4} + K_5^j \frac{y^5}{5} + K_6^j \frac{y^6}{6} + K_7^j \frac{y^7}{7} + K_8^j \frac{y^8}{8}, \\
 T_i(x, y) &= \left(A + a_2^j y \right) x + c_5^j + c_4^j y + N_2^j \frac{y^2}{2} + N_3^j \frac{y^3}{6} + N_4^j \frac{y^4}{24} + \\
 &\quad + N_5^j \frac{y^5}{120} + N_6^j \frac{y^6}{720} + N_7^j \frac{y^7}{1008}, \\
 C(x, y) &= (b_1 + b_2 y) x + c_7 + c_6 y + S_2 \frac{y^2}{2} + S_3 \frac{y^3}{6} + S_4 \frac{y^4}{24} + \\
 &\quad + S_5 \frac{y^5}{120} + S_6 \frac{y^6}{720} + S_7 \frac{y^7}{1008}.
 \end{aligned} \tag{A1.1}$$

Укажем значения коэффициентов, которые не зависят от граничных условий.

Коэффициенты L_4^j, L_3^j :

$$L_4^1 = \frac{g\beta_1 a_2^1}{\nu_1}, \quad L_4^2 = \frac{g}{\nu_2} (\beta_2 a_2^2 + \gamma b_2), \quad L_3^1 = \frac{g\beta_1 A}{\nu_1}, \quad L_3^2 = \frac{g}{\nu_2} (\beta_2 A + \gamma b_1).$$

Коэффициенты d_3^j, d_2^j, d_1^j :

$$\begin{aligned}
 d_3^1 &= \rho_1 g \beta_1 a_2^1, \quad d_2^1 = \rho_1 g \beta_1 A, \quad d_1^1 = \rho_1 \nu_1 c_1^1, \\
 d_3^2 &= \rho_2 g \beta_2 a_2^2 + \rho_2 g \gamma b_2, \quad d_2^2 = \rho_2 g \beta_2 A + \rho_2 g \gamma b_1, \quad d_1^2 = \rho_2 \nu_2 c_1^2.
 \end{aligned}$$

Коэффициенты $N_7^j, N_6^j, N_5^j, N_4^j, N_3^j, N_2^j$:

$$\begin{aligned}
 N_7^1 &= \frac{g\beta_1(a_2^1)^2}{\nu_1\chi_1}, \quad N_6^1 = 5\frac{g\beta_1 A a_2^1}{\nu_1\chi_1}, \quad N_5^1 = \frac{1}{\chi_1} \left(\frac{g\beta_1(A)^2}{\nu_1} + 3a_2^1 c_1^1 \right), \\
 N_4^1 &= \frac{1}{\chi_1} (A c_1^1 + 2a_2^1 c_2^1), \quad N_3^1 = \frac{1}{\chi_1} (A c_2^1 + a_2^1 c_3^1), \quad N_2^1 = \frac{A}{\chi_1} c_3^1, \\
 N_7^2 &= B_2 \frac{g}{\nu_2} (\beta_2 a_2^2 + \gamma b_2), \quad N_6^2 = \frac{g}{\nu_2} [B_1 (\beta_2 a_2^2 + \gamma b_2) + 4B_2 (\beta_2 A + \gamma b_1)], \\
 N_5^2 &= B_1 \frac{g}{\nu_2} (\beta_2 A + \gamma b_1) + 3B_2 c_2^1, \quad N_4^2 = B_1 c_1^2 + 2B_2 c_2^2, \\
 N_3^2 &= B_1 c_2^2 + 2B_2 c_3^2, \quad N_2^2 = B_1 c_3^2.
 \end{aligned}$$

Коэффициенты $S_7, S_6, S_5, S_4, S_3, S_2$:

$$\begin{aligned}
 S_7 &= \frac{g}{\nu_2} (\beta_2 a_2^2 + \gamma b_2) \left(\frac{b_2}{D} - \alpha_T B_2 \right), \\
 S_6 &= \frac{g}{\nu_2} \left[\left(\frac{b_1}{D} - \alpha_T B_1 \right) (\beta_2 a_2^2 + \gamma b_2) + 4 \left(\frac{b_2}{D} - \alpha_T B_2 \right) (\beta_2 A + \gamma b_1) \right], \\
 S_5 &= \frac{g}{\nu_2} \left[\left(\frac{b_1}{D} - \alpha_T B_1 \right) (\beta_2 A + \gamma b_1) + 3 \left(\frac{b_2}{D} - \alpha_T B_2 \right) c_1^2 \right], \\
 S_4 &= \left(\frac{b_1}{D} - \alpha_T B_1 \right) c_1^2 + 2 \left(\frac{b_2}{D} - \alpha_T B_2 \right) c_2^2, \\
 S_3 &= \left(\frac{b_1}{D} - \alpha_T B_1 \right) c_2^2 + \left(\frac{b_2}{D} - \alpha_T B_2 \right) c_3^2, \quad S_2 = \left(\frac{b_1}{D} - \alpha_T B_1 \right) c_3^2.
 \end{aligned}$$

Коэффициенты $K_8^j, K_7^j, K_6^j, K_5^j, K_4^j, K_3^j, K_2^j, K_1^j$:

$$\begin{aligned}
 K_8^1 &= \frac{1}{1008} \frac{(g\beta_1 a_2^1)^2 \rho_1}{\nu_1 \chi_1}, \quad K_7^1 = \frac{1}{144} \frac{(g\beta_1)^2 \rho_1}{\nu_1 \chi_1} A a_2^1, \\
 K_6^1 &= \frac{1}{120} \frac{g\beta_1 \rho_1}{\chi_1} \left(\frac{g\beta_1(A)^2}{\nu_1} + 3a_2^1 c_1^1 \right), \quad K_5^1 = \frac{1}{24} \frac{g\beta_1 \rho_1}{\chi_1} (A c_1^1 + 2a_2^1 c_2^1), \\
 K_4^1 &= \frac{1}{6} \frac{g\beta_1 \rho_1}{\chi_1} (A c_2^1 + a_2^1 c_3^1), \quad K_3^1 = \frac{1}{2} \frac{g\beta_1 \rho_1}{\chi_1} A c_3^1, \quad K_2^1 = g\beta_1 \rho_1 c_4^1, \quad K_1^1 = g\beta_1 \rho_1 c_5^1; \\
 K_8^2 &= \frac{1}{1008} \frac{g^2 \rho_2}{\nu_2} (\beta_2 a_2^2 + \gamma b_2) \left(B_2 (\beta_2 - \alpha_T \gamma) + \frac{\gamma b_2}{D} \right),
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_7^2 &= \frac{1}{720} \frac{g^2 \rho_2}{\nu_2} \left[(\beta_2 a_2^2 + \gamma b_2) \left(B_1(\beta_2 - \alpha_T \gamma) + \frac{\gamma b_1}{D} \right) + \right. \\
&\quad \left. + 4(\beta_2 A + \gamma b_1) \left(B_2(\beta_2 - \alpha_T \gamma) + \frac{\gamma b_2}{D} \right) \right], \\
K_6^2 &= \frac{1}{120} g \rho_2 \left[\frac{g}{\nu_2} (\beta_2 A + \gamma b_1) \left(B_1(\beta_2 - \alpha_T \gamma) + \frac{\gamma b_1}{D} \right) + \right. \\
&\quad \left. + 3 \left(B_2(\beta_2 - \alpha_T \gamma) + \frac{\gamma b_2}{D} \right) c_1^2 \right], \\
K_5^2 &= \frac{1}{24} g \rho_2 \left[\left(B_1(\beta_2 - \alpha_T \gamma) + \frac{\gamma b_1}{D} \right) c_1^2 + 2 \left(B_2(\beta_2 - \alpha_T \gamma) + \frac{\gamma b_2}{D} \right) c_2^2 \right], \\
K_4^2 &= \frac{1}{6} g \rho_2 \left[\left(B_1(\beta_2 - \alpha_T \gamma) + \frac{\gamma b_1}{D} \right) c_2^2 + \left(B_2(\beta_2 - \alpha_T \gamma) + \frac{\gamma b_2}{D} \right) c_3^2 \right], \\
K_3^2 &= \frac{1}{2} g \rho_2 \left(B_1(\beta_2 - \alpha_T \gamma) + \frac{\gamma b_1}{D} \right) c_3^2, \quad K_2^2 = g \beta_2 \rho_2 c_4^2 + g \gamma \rho_2 c_6^2, \\
K_1^2 &= g \beta_2 \rho_2 c_5^2 + g \gamma \rho_2 c_7^2.
\end{aligned}$$

$$\text{Здесь } B_1 = \frac{DA - \chi_2 \alpha_c b_1}{D \chi_2 (1 - \alpha_T \alpha_c)}, \quad B_2 = \frac{Da_2^2 - \chi_2 \alpha_c b_2}{D \chi_2 (1 - \alpha_T \alpha_c)}.$$

PI. Случай внешней тепловой нагрузки на твёрдых стенках, заданной условиями (1.7), (1.8)

Выполнение условия отсутствия потока пара на верхней твёрдой стенке приводит к следующему соотношению:

$$b_2 x + \phi'(y) + \alpha_T a_2^2 x + \alpha_T \vartheta_2'(y) = 0,$$

откуда

$$\begin{cases} b_2 + \alpha_T a_2^2 = 0 \\ \phi'(h_2) + \alpha_T \vartheta_2'(h_2) = 0. \end{cases} \Rightarrow b_2 = -\alpha_T a_2^2, \quad (\text{A1.2})$$

Из условий непрерывности полей скорости и температуры на границе раздела следует, что

$$c_3^1 = c_3^2, \quad c_5^1 = c_5^2.$$

В силу линейного распределения температуры на границах, заданного условиями (1.7) и (1.8), имеем

$$\vartheta_1(-h_1) = \vartheta^-, \quad \vartheta_2(h_2) = \vartheta^+,$$

$$a_2^1 = \frac{A - A_1}{h_1}, \quad a_2^2 = \frac{A_2 - A}{h_2}. \quad (\text{A1.3})$$

Условие баланса масс приводит к соотношениям

$$M = -D\rho_2(c_6^2 + \alpha_T c_4^2), \quad b_2 + \alpha_T a_2^2 = 0. \quad (\text{A1.4})$$

Следующие выражения являются следствием энергетического условия (1.17) на границе раздела:

$$\begin{aligned} \kappa_1 a_2^1 - \kappa_2 a_2^2 - \alpha_C \kappa_2 b_2 &= 0, \\ \kappa_1 c_4^1 - \kappa_2 c_4^2 - \alpha_C \kappa_2 c_6^2 &= -\lambda M. \end{aligned} \quad (\text{A1.5})$$

Учитывая (A1.2), получим следующее соотношение между a_2^1 и a_2^2 :

$$a_2^2 = K_a a_2^1, \quad K_a = \frac{\kappa_1}{\kappa_2(1 - \alpha_T \alpha_C)}.$$

Отсюда, принимая во внимание (A1.3), получим формулу для нахождения продольного градиента температуры на поверхности раздела через заданные значения A_1 и A_2 :

$$A = \frac{A_2 + \frac{h_2}{h_1} K_a A_1}{1 + \frac{h_2}{h_1} K_a}. \quad (\text{A1.6})$$

Следствие уравнения Клапейрона – Клазиуса приводит к соотношениям

$$b_1 = C_0 \varepsilon A, \quad c_7^2 = C_0 + C_0 \varepsilon (c_5^2 - T_0).$$

Из динамических условий следует, что

$$c_2^1 = \frac{\rho_2 \nu_2}{\rho_1 \nu_1} c_2^2 - \frac{\sigma_T A}{\rho_1 \nu_1}, \quad c_1^1 = \frac{\rho_2 \nu_2}{\rho_1 \nu_1} c_1^2.$$

Константы интегрирования c_1^2 , c_2^2 , c_3^2 находятся из следующей системы уравнений, полученной из условий прилипания (1.6) и заданного расхода газа (1.21):

$$\frac{h_1^2}{2} \frac{\rho_2 \nu_2}{\rho_1 \nu_1} c_1^2 - h_1 \frac{\rho_2 \nu_2}{\rho_1 \nu_1} c_2^2 + c_3^2 = -h_1 \frac{\sigma_T A}{\rho_1 \nu_1} + \frac{h_1^3}{6} L_3^1 - \frac{h_1^4}{24} L_4^1,$$

$$\begin{aligned}\frac{h_2^2}{2}c_1^2 + h_2c_2^2 + c_3^2 &= -\frac{h_2^3}{6}L_3^2 - \frac{h_2^4}{24}L_4^2, \\ \frac{h_2^3}{6}c_1^2 + \frac{h_2^2}{2}c_2^2 + h_2c_3^2 &= \frac{R_g}{\rho_2} - \frac{h_2^4}{24}L_3^2 - \frac{h_2^5}{120}L_4^2.\end{aligned}$$

Согласно второму равенству в (A1.2), для c_4^2 и c_6^2 справедливо соотношение

$$\alpha_T c_4^2 + c_6^2 = F,$$

$$\begin{aligned}F &= -\frac{h_2^6}{144}(S_7 + \alpha_T N_7^2) - \frac{h_2^5}{120}(S_6 + \alpha_T N_6^2) - \frac{h_2^4}{24}(S_5 + \alpha_T N_5^2) - \\ &\quad - \frac{h_2^3}{6}(S_4 + \alpha_T N_4^2) - \frac{h_2^2}{2}(S_3 + \alpha_T N_3^2) - h_2(S_2 + \alpha_T N_2^2).\end{aligned}$$

Величина массовой скорости испарения жидкости определяется из (A1.4):

$$M = -D\rho_2 F.$$

Второе условие в (A1.5) устанавливает связь между константами c_4^1 , c_4^2 и c_6^2 :

$$c_4^1 = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} c_4^2 + \frac{\alpha_C \kappa_2}{\kappa_1} c_6^2 - \frac{\lambda M}{\kappa_1}.$$

Величины c_4^2 , c_6^2 и c_5^2 находятся из системы уравнений, возникающей из требований равенства температур линейным распределениям, заданным на твёрдых стенках (см. (A1.3)), а также уравнения баланса масс (A1.4):

$$\begin{aligned}-h_1 \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \bar{c}_4 - h_1 \frac{\alpha_C \kappa_2}{\kappa_1} \bar{c}_6 + c_5 &= \vartheta^- - h_1 \frac{\lambda M}{\kappa_1} + \frac{h_1^7}{1008} N_7^1 - \\ &\quad - \frac{h_1^6}{144} N_6^1 + \frac{h_1^5}{120} N_5^1 - \frac{h_1^4}{24} N_4^1 + \frac{h_1^3}{6} N_3^1 - \frac{h_1^2}{2} N_2^1, \\ h_2 c_4^2 + c_5 &= \vartheta^+ - \frac{h_2^7}{1008} N_7^2 - \frac{h_2^6}{144} N_6^2 - \\ &\quad - \frac{h_2^5}{120} N_5^2 - \frac{h_2^4}{24} N_4^2 - \frac{h_2^3}{6} N_3^2 - \frac{h_2^2}{2} N_2^2, \\ \alpha_T c_4^2 + c_6^2 &= F.\end{aligned}$$

Выше было учтено второе равенство из (A1.4) и связь $c_5^1 = c_5^2$.

Если в парогазовой среде не учитывается влияние термодиффузионных эффектов, достаточно положить в приведённых выше формулах $\alpha_T = 0$ и $\alpha_C = 0$.

РІІ. Случай теплоизолированной верхней стенки канала

В этом случае краевое условие (1.8) заменяется условием (1.10). Учитывая граничное соотношение (1.11) и считая, что $\alpha_T \cdot \alpha_C \neq 1$, получим:

$$\left. \frac{\partial T_2}{\partial y} \right|_{y=h_2} = 0, \quad \left. \frac{\partial C}{\partial y} \right|_{y=h_2} = 0.$$

Осюда следуют равенства:

$$b_2 = 0, \quad a_2^2 = 0, \quad c_6^2 = -\phi'(h_2), \quad c_4^2 = -\vartheta'_2(h_2). \quad (\text{A1.7})$$

Тогда из соотношений (A1.4) определим величину M , а из (A1.5) получим выражения для

$$a_2^1 = 0, \quad c_4^2 = \frac{\kappa_2 c_4^2 + \alpha_C \kappa_2 c_6^2 - \lambda M}{\kappa_1}. \quad (\text{A1.8})$$

Подставив найденные значения в условие (1.7) для функции температуры на нижней стенке, получим соотношение $A = A_1$ и определим значение константы c_5 :

$$\begin{aligned} c_5^1 = \vartheta^- + h_1 c_1^4 + \frac{h_1^7}{1008} N_7^1 - \frac{h_1^6}{144} N_6^1 + \frac{h_1^5}{120} N_5^1 - \\ - \frac{h_1^4}{24} N_4^1 + \frac{h_1^3}{6} N_3^1 - \frac{h_1^2}{2} N_2^1. \end{aligned}$$

Значения остальных констант находятся аналогично случаю **РІ**.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Ниже представлены алгоритмы вычисления неизвестных констант, входящих в точное решение, для случая неоднородного испарения. Аналитическое представление искомых функций и значения коэффициентов, которые не зависят от граничных условий, приведены в Приложении 1.

Вычисление констант для задачи (РІІІ–1)

Предположим, что значения величин R_g , A_1 , A_2 и ϑ^- , ϑ^+ заданы. Приведём далее алгоритм нахождения неизвестных постоянных, входящих в решение.

- (1) Из условия (1.13) следует, что $b_2 = -b_1/h_2$, $\phi(h_2) = 0$.
- (2) Условия (1.7) и (1.8) приводят к двум алгебраическим уравнениям $\vartheta_1(-h_1) = \vartheta^-$, $\vartheta_2(h_2) = \vartheta^+$ и соотношению $a_2^1 = (A - A_1)/h_1$, $a_2^2 = (A_2 - A)/h_2$.
- (3) Согласно (1.20), получим соотношения: $b_1 = C_0 \varepsilon A$, $b_2 = -C_0 \varepsilon A/h_2$, $c_7 = C_0 + C_0 \varepsilon (c_5^2 - T_0)$.
- (4) Из условия баланса масс (1.18) получается выражение (2.2) для M_x и соотношение $M_0 = -D\rho_2(c_6 + \alpha_T c_4^2) M_0$. Значение M_0 определяется после нахождения констант c_6 , c_4^2 .
- (5) Условие на скачок потока тепла (1.17) определяет соотношение (2.1) между температурными градиентам A_1 , A_2 и A , а также уравнение $\kappa_1 c_4^1 - \kappa_2 c_4^2 - \alpha_C \kappa_2 c_6 = -\lambda M_0$. Учитывая выражение для M_0 , полученное на предыдущем шаге, можно вывести соотношение: $c_4^1 \kappa_1 - c_4^2 (\kappa_2 + \lambda D \rho_2 \alpha_T) = c_6 (\alpha_C \kappa_2 + \lambda D \rho_2)$.
- (6) Константы $\{c_1^j, c_2^j, c_3^j\}$ ($i = 1, 2$) находятся при решении системы уравнений, являющейся следствием условий (1.6), (1.14), (1.16), (1.21): $u_1(-h_1) = 0$, $u_2(h_2) = 0$, $\rho_1 c_2^1 = \rho_2 c_2^2 - \sigma_T A$, $\rho_1 \nu_1 c_1^1 = \rho_2 \nu_2 c_1^2$, $c_3^1 = c_3^2$, $c_3^2 h_2 + c_2^2 h_2^2/2 + c_1^2 h_2^3/6 + L_3^2 h_2^4/24 + L_4^2 h_2^5/120 = R_g/\rho_2$. Также из (1.16) следует $c_8^1 = c_8^2$.
- (7) Уравнения, полученные на предыдущих шагах, формируют систему, которая позволяет определить значения констант $\{c_4^j, c_5^j, c_6, c_7\}$.

Зная значения констант $\{c_l^j, c_6, c_7\}$ ($i = 1, 2; l = 1, \dots, 5; 8$), с помощью формул (A1.1) можно рассчитать профили скорости и температуры, распределение давлений в обоих слоях, поле концентрации в верхнем слое.

Вычисление констант для задачи (РIII–2)

Пусть заданы величина расхода R_g и коэффициенты A_1, ϑ^- , определяющие температурный режим на нижней стенке. Тогда остальные константы задачи (РIII–2) определяются следующим образом:

- (1) Как и ранее, условие (1.13) приводит к двум соотношениям:
 $b_2 = -b_1/h_2, \phi(h_2) = 0$.
- (2) Условие (1.7) определяет соотношение $a_2^1 = (A - A_1)/h_1$ и уравнение $\vartheta_1(-h_1) = \vartheta^-$.
- (3) Из (1.10) следует, что $a_2^2 = -\alpha_c b_2, \vartheta_{2y}(h_2) + \alpha_c \phi_y(h_2) = 0$.
- (4) Условие (1.20) определяет равенства: $b_1 = C_0 \varepsilon A, b_2 = -C_0 \varepsilon A/h_2$ и $c_7 = C_0 + C_0 \varepsilon (c_5^2 - T_0)$.
- (5) Используя условие баланса масс (1.18), получим соотношения для M_x и M_0 в виде: $M_0 = -D\rho_2(c_6 + \alpha_T c_4^2), M_x = -D\rho_2(b_2 + \alpha_T a_2^2)$. С учётом равенства для b_2 , второе равенство сводится к (2.4).
- (6) Также из (1.17) следует равенство $\kappa_1 a_2^1 - \kappa_2 a_2^2 - \alpha_c \kappa_2 b_2 = -\lambda M_x$, которое с учётом выражений для a_2^j и b_2 приводит к формуле (2.3), связывающей значения температурных градиентов A и A_1 . Остаётся верным соотношение $c_6(\alpha_c \kappa_2 + \lambda D\rho_2) = c_4^1 \kappa_1 - c_4^2(\kappa_2 + \lambda D\rho_2 \alpha_T)$.
- (7) Система уравнений для определения констант $\{c_1^j, c_2^j, c_3^j\}$ аналогична той, что приведена в задаче (РIII–1). Равенство $c_8^1 = c_8^2$ остаётся верным.
- (8) Константы интегрирования $\{c_4^j, c_5^j, c_6, c_7\}$ находятся из соотношений, полученных на предыдущих шагах, дополненных равенством $c_5^1 = c_5^2$, являющимся следствием условия непрерывности функций температуры на Γ .

Вычисление констант для задачи (РІІІ–3)

Пусть заданы величина расхода R_g и коэффициенты A_2 , ϑ^+ , определяющие температурный режим на верхней стенке. Тогда остальные константы задачи (РІІІ–3) определяются следующим образом:

- (1) Как и ранее, из условий (1.13) и (1.20) получим соотношения:
 $b_2 = -b_1/h_2$, $\phi(h_2) = 0$, $b_1 = C_0 \varepsilon A$; тогда $b_2 = -C_0 \varepsilon A/h_2$, $c_7 = C_0 + C_0 \varepsilon (c_5^2 - T_0)$.
- (2) Условие теплоизолированности нижней стенки (1.9) приводит к равенствам $a_2^1 = 0$ и $\vartheta_{1y}(h_2) = 0$.
- (3) Из (1.8) следует $a_2^2 = (A_2 - A)/h_2$ и $\vartheta_2(h_2) = \vartheta^+$.
- (4) Условие баланса масс (1.18) приводит к соотношениям (2.6) для M_x и $M_0 = -D\rho_2(c_6 + \alpha_T c_4^2)$.
- (5) Условие переноса тепла (1.17) даёт два соотношения: $\kappa_1 a_2^1 - \kappa_2 a_2^2 - \alpha_c \kappa_2 b_2 = -\lambda M_x$ и $\kappa_1 c_4^1 - \kappa_2 c_4^2 - \alpha_c \kappa_2 c_6 = -\lambda M_0$. Первое из них приводится к виду (2.5), если учесть выражения для b_2 , a_2^j и M_x , полученные выше. Второе позволяет установить связь между константами c_6 и c_4^j :
 $c_6(\alpha_c \kappa_2 + \lambda D \rho_2) = c_4^1 \kappa_1 - c_4^2(\kappa_2 + \lambda D \rho_2 \alpha_T)$.
- (6) Система уравнений для определения констант $\{c_1^j, c_2^j, c_3^j\}$ аналогична той, что приведена в задаче (РІІІ–1). Равенство $c_8^1 = c_8^2$ остаётся верным.
- (7) Константы интегрирования $\{c_4^j, c_5^j, c_6, c_7\}$ находятся из соотношений, полученных на предыдущих шагах, дополненных равенством $c_5^1 = c_5^2$, являющимся следствием условия непрерывности функций температуры на Γ .

Вычисление констант для задачи (РІV–1)

Пусть заданы величина расхода R_g и коэффициенты A_1 , A_2 , ϑ^- , ϑ^+ , определяющие температурный режим на внешних стенках канала. Тогда остальные константы задачи (РІV–1) определяются следующим образом:

- (1) Условие отсутствия потока пара (1.12) на верхней стенке $y = h_2$ приводит к соотношениям: $b_2 = 0$ и $\phi_y(h_2) = 0$.

- (2) Условия (1.7), (1.8) определяют равенства $\vartheta_1(-h_1) = \vartheta^-$, $\vartheta_2(h_2) = \vartheta^+$, $a_2^1 = (A - A_1)/h_1$, $a_2^2 = (A_2 - A)/h_2$.
- (3) Из условия (1.20) получим равенства: $b_1 = C_0\varepsilon A$, $c_7 = C_0 + C_0\varepsilon(c_5^2 - T_0)$.
- (4) Из условия баланса масс (1.18) находятся следующие выражения для M_0 и M_x : $M_0 = -D\rho_2(c_6 + \alpha_T c_4^2)$ и $M_x = -D\rho_2(b_2 + \alpha_T a_2^2)$. Учитывая, что $b_2 = 0$, второе равенство приводится к виду (2.8).
- (5) Условие переноса тепла (1.17) даёт два соотношения: $\kappa_1 a_2^1 - \kappa_2 a_2^2 - \alpha_C \kappa_2 b_2 = -\lambda M_x$ и $\kappa_1 c_4^1 - \kappa_2 c_4^2 - \alpha_C \kappa_2 c_6 = -\lambda M_0$.
- (6) Система уравнений для определения констант $\{c_1^j, c_2^j, c_3^j\}$ аналогична той, что приведена в задаче (РIII-1). Равенство $c_8^1 = c_8^2$ остаётся верным.
- (7) Константы интегрирования $\{c_4^j, c_5^j, c_6, c_7\}$ находятся из соотношений, полученных на предыдущих шагах, дополненных равенством $c_5^1 = c_5^2$, являющимся следствием условия непрерывности функций температуры на Γ .

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Таблица 17 – Значения физических параметров сред [147–150]

Параметр	HFE-7100	Азот	Этанол	Воздух
ρ , кг/м ³	$1.5 \cdot 10^3$	1.2	$0.79 \cdot 10^3$	1.2
ν , м ² /с	$0.38 \cdot 10^{-6}$	$0.15 \cdot 10^{-4}$	$0.15 \cdot 10^{-5}$	$0.15 \cdot 10^{-4}$
β , K ⁻¹	$1.8 \cdot 10^{-3}$	$3.67 \cdot 10^{-3}$	$1.08 \cdot 10^{-3}$	$3.67 \cdot 10^{-3}$
κ , Вт/(м·К)	0.07	0.03	0.17	0.03
χ , м ² /с	$0.4 \cdot 10^{-7}$	$0.3 \cdot 10^{-4}$	$0.38 \cdot 10^{-7}$	$0.21 \cdot 10^{-4}$
σ_T , Н/(м·К)	$1.14 \cdot 10^{-4}$	–	$0.8 \cdot 10^{-4}$	–
L , (Вт·с)/кг	$1.11 \cdot 10^5$	–	$8.79 \cdot 10^5$	–
μ , кг/моль	0.25	–	0.046	–
D , м ² /с	–	$0.7 \cdot 10^{-5}$	–	$0.13 \cdot 10^{-4}$
γ	–	–0.5	–	-0.62
T_0 , К	–	293.15	–	293.15
C_0	–	0.45	–	0.1
α_c , К	–	10^{-5}	–	10^{-3}
α_T , К ⁻¹	–	$5 \cdot 10^{-3}$	–	$5 \cdot 10^{-3}$